

ESTRATEGIAS DE CONTROL NO LINEAL
APLICADO A VEHÍCULOS
AÉREOS NO TRIPULADOS



TRABAJO FINAL DE MAESTRÍA

UNIVERSIDAD DEL CONO SUR DE LAS AMÉRICAS
Maestría en Ingeniería Electrónica con énfasis en Energías
Renovables y Eficiencia Energética

ESTRATEGIAS DE CONTROL NO LINEAL APLICADO A VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS

Enrique Gabriel Paiva Galeano
Autor

Jorge Esteban Rodas Benítez
Tutor

Raúl Igmar Gregor Recalde
Cotutor

Yassine Kali
Cotutor Internacional

2020

TRIBUNAL EXAMINADOR

Prof. Dr. MAAROUF SAAD, École de Technologie Supérieure (Canadá).

Dr. YASSINE KALI, École de Technologie Supérieure (Canadá).

Prof. MSc. MAGNO AYALA, Universidad Nacional de Asunción (Paraguay).

Prof. Dr. RAÚL GREGOR, Universidad Nacional de Asunción (Paraguay).

Prof. Dr. JORGE RODAS, Universidad Nacional de Asunción (Paraguay).

Junio 2020

RESUMEN

Durante décadas el desarrollo de nuevas tecnologías de los vehículos aéreos no tripulados (VANT) estuvo ligado a aplicaciones militares. No obstante, en los últimos años, gracias tanto a la reducción de los precios, así como a la elevada disponibilidad de microprocesadores y baterías más eficientes ha motivado el creciente uso de los VANT en aplicaciones civiles, permitiendo múltiples aplicaciones como la creación de modelos tridimensionales por medio de técnicas de fotogrametría, detección de enfermedades en plantaciones utilizando cámaras multiespectrales, inspecciones aéreas de torres de transmisión de energía, usos recreativos.

Pero con el paso del tiempo esta tecnología ha evolucionado rápidamente, no solo desde el punto de vista mecánico y electrónico, sino también innovando en las aplicaciones que pueden realizar, como el monitoreo de tráfico vehicular con técnicas de inteligencia artificial, seguridad y vigilancia, transporte de cargas en áreas geográficas de difícil acceso, servicios de entrega de paquetes, etc. que si bien son aplicaciones en el límite de la innovación tecnológica y van siendo implementadas gradualmente, aún necesitan de múltiples estudios para poder consolidarse en usos civiles.

Uno de los campos que afecta directamente el desempeño de los VANT es el campo de investigación relacionado a los sistemas de control, ya que permiten que el funcionamiento

en vuelo sea estable ante perturbaciones e incertidumbres en cualquier actividad que se esté realizando. Dentro de este campo existen múltiples técnicas desarrolladas y tiene un rango de clasificaciones bastante amplio, comenzando por el controlador clásico mayormente implementado que es el controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID), luego los controladores lineales, los controladores híbridos/neuronales y los controladores no lineales. Este último es de gran interés debido a que se van desarrollando nuevos algoritmos y las técnicas de estabilización llevan tiempo implementándose, dando excelentes resultados.

En este contexto, el Trabajo Final de Maestría (TFM) se centra en el estudio de las bases teóricas del control no lineal y de la evaluación de algunos de los algoritmos más importantes del control no lineal en modo deslizante a VANT multirotores mediante simulaciones numéricas.

Para este caso, el VANT propuesto para el análisis de resultados es un VANT de cuatro rotores, y la metodología consiste en generar tres entornos de simulación diferentes con distintas perturbaciones e incertidumbres, así como también varias trayectorias de seguimiento. La cantidad de algoritmos a evaluar son tres (3), dos corresponden a técnicas convencionales ya probadas y el tercero en una técnica reciente, de tal manera a compararlas y aplicar análisis de desempeños.

Con los resultados obtenidos en cada etapa de simulación se realizan diferentes análisis como tiempo de subida, sobrepico, rangos de ruido por el efecto *Chattering*, rangos de precisión y errores cuadráticos medios para las diferentes trayectorias de seguimiento. Proveyendo conclusiones importantes acerca no solo de las ventajas y desventajas entre los controladores en las aplicaciones técnicas, sino también en las complejidades y mejoras que pueden ser desarrolladas.

Producto de estas investigaciones, se publicaron varios artículos en conferencias internacionales y nacionales, así como también se expusieron en una conferencia nacional, difundiendo los resultados.

ENRIQUE GABRIEL PAIVA GALEANO

Junio, 2020. Asunción, Paraguay.

SUMMARY

For decades, the development of new unmanned aerial vehicles (VANT) technologies was linked to military applications. However, in recent years, thanks to both lower prices and the high availability of more efficient microprocessors and batteries, VANTs have been increasingly used in civil applications, allowing for multiple applications such as the creation of three-dimensional models using photogrammetry techniques, disease detection in plantations using multispectral cameras, aerial inspections of power transmission towers, and recreational uses.

But over time this technology has evolved rapidly, not only from the mechanical and electronic point of view, but also innovating in the applications that can be made, such as traffic monitors with artificial intelligence techniques, security and surveillance, cargo transport in geographical areas of difficult access, parcel delivery services, etc. that although they are applications at the limit of technological innovation and are being implemented gradually, they still need multiple studies to be consolidated in civil uses.

One of the fields that directly affects the performance of VANTs is the research field related to control systems, since they allow stable in-flight operation in the face of disturbances and uncertainties in any activity being carried out. Within this field there are multiple techniques developed and it has a quite wide range of classifications,

starting with the mostly implemented classical controller which is the Proportional-Integral-Derivative (PID) controller, then the linear controllers, the hybrid/neuronal controllers and the non-linear controllers. The latter is of great interest because new algorithms are being developed and stabilization techniques have been implemented for a long time, giving excellent results.

In this context, the Final Master's Work (TFM) focuses on the study of the theoretical basis of non-linear control and the evaluation of some of the most important non-linear sliding mode control algorithms applied to multirotor VANTs by means of numerical simulations.

For this case, the proposed VANT for the analysis of results is a four-rotor VANT, and the methodology consists in generating three different simulation environments with different perturbations and uncertainties, as well as several tracking paths. The number of algorithms to be evaluated are three (3), two correspond to conventional techniques already tested and the third in a recent technique, in such a way to compare them and apply performance analysis.

With the results obtained in each stage of simulation, different analyses are carried out such as rise time, peak, noise ranges by the 'chattering' effect, precision ranges and mean square errors for the different tracking paths. Providing important conclusions about not only the advantages and disadvantages among the controllers in the technical applications, but also about the complexities and improvements that can be developed.

As a result of these investigations, several articles were published at international and national conferences, as well as presented at a national conference, disseminating the results.

ENRIQUE GABRIEL PAIVA GALEANO

Junio, 2020. Asunción, Paraguay.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar agradezco a mis seres queridos, me brindaron el soporte y la motivación necesaria para concluir esta etapa, siempre serán el pilar fundamental en todos mis logros.

A mis compañeros, con los que pude compartir buenos momentos, todos me brindaron su amistad, confianza y apoyo para llegar a esta meta.

A mis tutores el Prof. PhD. Jorge Rodas y el Prof. PhD. Raúl Gregor, por toda la ayuda que me dieron durante la Maestría y las orientaciones para poder culminar de la mejor manera este TFM.

A todo el equipo dentro del Centro Tecnológico de la UCSA, que nos proporcionaron todas las comodidades para que nuestra estancia en este proceso sea la mejor.

Y por último a los excelentes profesionales nacionales e internacionales, que formaron parte del plantel docente del programa de maestría, que gracias a la preparación y dedicación que pusieron en sus clases pude adquirir muchos nuevos conocimientos.

E.P.

AGRADECIMIENTOS INSTITUCIONALES

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) del Paraguay por el programa de Maestría en Ingeniería Electrónica (POSG17-69) y el incentivo económico correspondiente dentro del mismo.

A la Universidad del Cono Sur de las América (UCSA), por el acompañamiento integral y la formación que nos ha brindado a todos los becarios del programa de maestría en cuestión.

Al Laboratorio de Sistemas de Potencia y Control de la Facultad de Ingeniería de la Universidad nacional de Asunción (LSPyC-FIUNA) por brindarnos un espacio irrestricto para disipar dudas, en especial durante el periodo de la realización de esta tesis.

E.P.

Dedicado a mi familia...

ÍNDICE GENERAL

Resumen	iii
Summary	v
Agradecimientos	vii
Agradecimientos Institucionales	ix
Índice General	xiii
Índice de Figuras	xvii
Índice de Tablas	xxi
Acrónimos	xxiii
1 Introducción	1
1.1 Motivación	2
1.2 Objetivos	3
1.2.1 Objetivo General	3
1.2.2 Objetivos Específicos	3
1.3 Organización del Documento	3
	xiii

2	Estado del Arte	5
2.1	Perspectiva histórica de los VANT	6
2.2	Clasificación de los VANT	9
2.3	Control de VANT	14
2.4	Resumen del capítulo	17
3	Modelado del VANT	19
3.1	Marcos de Referencia	19
3.2	Cinemática del VANT	21
3.3	Dinámica del VANT	21
3.3.1	Fuerza y momentos del VANT	22
3.3.1.1	Fuerza gravitacional	22
3.3.2	Fuerzas y momentos propulsivos	23
3.3.2.1	Fuerzas y momentos vectoriales de las hélices	23
3.4	Estructura matemática no lineal	25
3.4.1	Representación matricial	26
3.5	Resumen del capítulo	27
4	Diseño de los Controladores	29
4.1	Control Modo Deslizante	29
4.1.1	Esquema de Control Propuesto	31
4.1.2	Modelos Dinámicos de los Lazos de Control	33
4.1.2.1	Modelo Dinámico para el Lazo Externo de Control	33
4.1.2.2	Modelo Dinámico para el Lazo Interno de Control	34
4.1.2.3	MIXER	35
4.1.2.4	Desacople No Lineal	35
4.2	Algoritmos de Control	36
4.2.1	Superficie Deslizante	37
4.2.2	Controlador #1: SMC	38
4.2.3	Controlador #2: SM-ERL	39
4.2.4	Controlador #3: SM-STM	40
4.3	Resumen del capítulo	45
5	Simulaciones Numéricas	47
5.1	Parámetros del VANT	48
5.1.0.1	Parámetros físicos	48
5.1.1	Parámetros propulsivos	49
5.1.2	Otros parámetros	50

5.2	Descripción del entorno de simulación	50
5.2.1	Simulación #1: vuelo estacionario	52
5.2.2	Simulación #2: seguimiento puntos-punto	58
5.2.3	Simulación #3: seguimiento de trayectoria compleja	66
5.3	Análisis de desempeño	76
6	Conclusiones y Trabajos Futuros	79
6.1	Conclusiones	79
6.2	Trabajos Futuros	80
A	Publicaciones	81
A.1	Artículo 1	82
A.2	Artículo 2	88
A.3	Artículo 3	94

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1	Primer uso registrado del VANT, 1849.	6
2.2	VANT utilizado en Batalla de Neuve Chapelle, 1915.	6
2.3	Aviones telediridos en aplicaciones militares, 1930 a 1940.	7
2.4	VANT RQ-2 Pionner, 1986.	8
2.5	VANT MQ-1 Predator, 2002.	8
2.6	VANT actuales para uso no militar.	9
2.7	Clasificación de los VANTs según su peso, altitud y autonomía de vuelo.	10
2.8	Clasificación de los VANT según su configuración.	13
2.9	VANT recreativos.	13
2.10	VANT profesionales.	14
2.11	VANT para investigación.	14
2.12	Clasificación de los algoritmos de control.	15

3.1	Marcos de referencia Inercial y del Vehículo.	20
3.2	Transiciones para el marco de referencia del cuerpo.	20
3.3	Diagrama de fuerzas y torques de el VANT.	24
4.1	Diagrama de bloques del control en lazo cerrado.	32
4.2	Filtrado del desacople no lineal $\phi^* - \theta^*$.	36
5.1	Pasos para el estudio de simulaciones.	48
5.2	VANT DJI F450.	48
5.3	Gráfico de empuje y torque vs velocidad angular de la hélice.	49
5.4	Simulación #1) Posición $X - Y$. controlador SMC.	54
5.5	Simulación #1) Posición y velocidad en Z . controlador SMC.	54
5.6	Simulación #1) Posición $X - Y$. controlador SM-ERL.	55
5.7	Simulación #1) Posición y velocidad en Z . controlador SM-ERL.	55
5.8	Simulación #1) Posición $X - Y$. controlador SM-STM.	56
5.9	Simulación #1) Posición y velocidad en Z . controlador SM-STM.	56
5.10	Simulación #1) Velocidad angular del motor 1.	57
5.11	Simulación #2) Seguimiento de posición y velocidad en el eje X .	60
5.12	Simulación #2) Seguimiento de posición y velocidad en el eje Y .	61
5.13	Simulación #2) Seguimiento de posición y velocidad en el eje Z .	62
5.14	Simulación #2) Seguimiento de actitud.	63
5.15	Simulación #2) Velocidad angular del motor 1.	64
5.16	Simulación #2) Gráfico tridimensional del seguimiento.	65
5.17	Simulación #3) Seguimiento de posición y velocidad en el eje X .	68
5.18	Simulación #3) Seguimiento de posición y velocidad en el eje Y .	69
5.19	Simulación #3) Seguimiento de posición y velocidad en el eje Z .	70
5.20	Simulación #3) Seguimiento de posición $X - Y$.	71

5.21	Simulación #3) Variación de la masa en relación a la altura.	72
5.22	Simulación #3) Seguimiento de actitud.	73
5.23	Simulación #3) Velocidad angular del motor 1.	74
5.24	Simulación #3) Gráfico tridimensional del seguimiento.	75
5.25	Rendimiento de los controladores en gráficos de barras.	77

ÍNDICE DE TABLAS

5.1	Masa y longitudes del VANT.	48
5.2	Parámetros de la curva de ajuste de empuje y torque generado.	50
5.3	Parámetros del filtro de segundo orden.	50
5.4	Ganancias de los controladores.	51
5.5	Simulación #1) Resumen de resultados.	53
5.6	Simulación #2) Puntos de seguimientos deseados.	58
5.7	Simulación #2) Resumen de resultados.	59
5.8	Simulación #3) Resumen de resultados.	67
5.9	Valores de RMSE para las posiciones $X - Y - Z$.	76
5.10	Valores de RMSE para las posiciones $\phi - \theta - \psi$.	77
6.1	Resumen de los logros obtenidos durante la Maestría.	80

ACRÓNIMOS

TFM	Trabajo Final de Maestría
VANT	Vehículo Aéreo No Tripulado
MAV	Micro Vehículo Aéreo
MALE	Vehículo Aéreo de Altitud Media y Larga Autonomía
HALE	Vehículo Aéreo de Altitud Alta y Larga Autonomía
SM	Controlador en Modo Deslizante
PID	Control Proporcional-Integral-Derivativo
LQR	Regulador Cuadrático Lineal
SMC	Controlador en Modo Deslizante Convencional
SM-ERL	Controlador en Modo Deslizante - Ley de Alcance Exponencial
SM-STM	Controlador en Modo Deslizante - Algoritmo de Super-Torsión Modificado
ST	Controlador de Super-Torsión
SOSM	Modo Deslizante de Segundo Orden

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Los vehículos aéreos no tripulados (VANTs) son aeronaves, reutilizables, capaces de mantener de manera autónoma un nivel de vuelo controlado y sostenido. Las aplicaciones relacionadas con la agricultura como el control y la prevención de enfermedades de las plantas, la identificación de malas hierbas, plagas de insectos y estimaciones de producción [1], la fotogrametría ya que los VANTs permiten un escaneo rápido, preciso y económico de una superficie en comparación con los métodos terrestres, satelitales y aéreos tripulados [2], inspecciones de las líneas eléctricas que sustituyen a los métodos tradicionales como los helicópteros o los automóviles, que suelen ser costosos, lentos y potencialmente peligrosos [3], sistema de transporte de carga para entornos en los que las condiciones geográficas son desfavorables [4, 5], seguridad como la vigilancia del tráfico a distancia y las patrullas fronterizas [6], y otros [7]. Estas aplicaciones se desarrollan en diferentes entornos de operación, con una variedad de perturbaciones tales como el viento, dinámicas no modelada, etc. que pueden causar inestabilidad en estos sistemas, haciendo que las exigencias de vuelo de estos vehículos deban ser cada vez más fiables. Por lo dicho, el control de los VANTs se ha convertido en un concurrido campo de investigación.

Entonces, un VANT, como todo sistema dinámico no lineal, está sujeto a dinámicas desconocidas, con incertidumbres derivadas, tales como la variación de la masa, perturbaciones que resultan de variaciones ambientales como el viento [8, 9, 10]. Además, los VANTs pertenecen a una clase específica de sistemas de segundo orden llamados sistemas subactuados. Para esta clase de sistemas, el número de grados de libertad es mayor que el número de entradas de control independientes. En el caso de un VANT de cuatro rotores, el número de grados de libertad es igual a seis mientras que el número de entradas de control independientes es igual a cuatro.

Actualmente, existen múltiples algoritmos de control que permiten el seguimiento y estabilización de los VANTs, entre los que se encuentran los controladores lineales como PID, colocación arbitraria de polos o el regulador cuadrático lineal (LQR, por sus siglas en inglés) [11] si bien estos métodos de control son excelentes para controlar sistemas lineales, pero si las condiciones de operación modifican la dinámica del sistema, las ganancias de cada controlador deben ser cambiadas para su estabilización. Una solución para este inconveniente es usar sistemas de control no lineales, ya que son controladores que utilizan información no lineal del sistema estudiado y mediante diferentes técnicas de análisis de estabilidad logran garantizar el control del VANT con gran robustez. Dentro de la clasificación de estos controladores se encuentran la linealización por retroalimentación, el *backstepping*, los controladores de lógica difusa y el modo de deslizamiento (SM, por sus siglas en inglés). En esta TFM, se toma como punto de partida el SM, con el objetivo de estudiar diferentes variantes del mismo para lograr un alto desempeño en el seguimiento de trayectorias de movimiento deseadas y bajo perturbaciones e incertidumbres de un VANT quadrotor.

1.1 Motivación

La principal motivación para este TFM es contribuir al estado del arte del control de VANT mediante análisis y simulación de múltiples algoritmos de control no lineal aplicados a un quadrotor. La configuración multi-rotor fue elegida teniendo en cuenta que en las últimas décadas ha sido el VANT que atrajo mayor interés y consecuentemente, ha sido proveído de innumerables mejoras, dotándolo de nuevas y mejores capacidades para realizar múltiples aplicaciones. El control de los VANTs siempre ha sido determinante para la operabilidad de los mismos en diferentes entornos, ya que existen aplicaciones con altas exigencias de estabilidad en vuelo. Por todo lo antes mencionado, el estudio de los VANTs desde el punto de vista del control de los mismos mediante diversas técnicas de control robusto no lineal es un tema muy relevante para el estudio de estas aeronaves.

1.2 Objetivos

Los objetivos generales y específicos de este TFM se presentan a continuación.

1.2.1 Objetivo General

Estudiar las bases teóricas del control no lineal y aplicar los algoritmos más importantes del control en modo deslizante a VANTs quadrotores mediante simulaciones numéricas.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Investigar el estado del arte de los VANT, configuraciones de vuelo y estrategias de control, tomando referencias bibliográficas de fuentes confiables y actualizadas.
- Estructurar tres (3) estrategias de control no lineales relacionadas con el control en modo deslizante a ser aplicados sobre el VANT propuesto en lazo cerrado.
- Diseñar y ejecutar los algoritmos de control no lineales al modelo matemático no lineal del VANT quadrotor en tres (3) entornos de simulación con perturbaciones e incertidumbres diferentes.
- Evaluar los resultados mediante un análisis exhaustivo con métricas de desempeño.
- Realizar aportes científicos a través de la redacción de al menos un (1) artículo científico publicado en conferencia internacional arbitrada e indexada.

1.3 Organización del Documento

Inicialmente se presentan los fundamentos, objetivos y la organización del documento (Capítulo 1). Continúa con la descripción del estado del arte de los VANTs desde una perspectiva histórica y de los diferentes métodos de control aplicado a los mismos (Capítulo 2). Luego, se presenta el modelo matemático detallado de VANT quadrotor. (Capítulo 3). A partir de aquí se muestran las estructuras matemáticas correspondientes a los controladores no lineales seleccionados para ser aplicados en cascada (un controlador genera la referencia para otro) al VANT. Primero se detallan el diseño de los controladores relacionados a la técnica SM con las correspondientes demostraciones de estabilidad por el método de Lyapunov (Capítulo 4). Posteriormente, se presentan los resultados de simulación con los controladores propuestos bajo diferentes efectos de perturbaciones, incertidumbre y curvas de seguimiento, analizando así el funcionamiento de éstos algoritmos de control

4 INTRODUCCIÓN

(Capítulo 5). Finalmente se exponen las conclusiones alcanzadas y se presentan futuros trabajos en la línea de investigación planteada en este TFM (Capítulo 6). Y el capítulo de los anexos se compone de los tres artículos basados en ideas originales, desarrollados y publicados durante la realización de la investigación en el control de los VANTs.

CAPÍTULO 2

ESTADO DEL ARTE

En este capítulo se presenta el estado del arte de los VANTs, inicialmente desde una perspectiva histórica, haciendo especial énfasis en su evolución hasta llegar a los VANTs utilizados y más conocidos a la fecha. Posteriormente se propone una clasificación teniendo en cuenta diferentes parámetros, así como también las ventajas y desventajas. Por último, se muestran los algoritmos de control aplicados a los VANTs, entre los que sobresalen los algoritmos lineales y no lineales. Se realiza además una breve explicación de dichos algoritmos.

2.1 Perspectiva histórica de los VANT

Los VANTs han existido durante siglos y se utilizaron inicialmente para fines militares. El primer uso registrado de un VANT se remonta al año 1849, cuando los austríacos atacaron la ciudad italiana de Venecia utilizando globos no tripulados cargados con explosivos, tal como se muestra en la **Figura 2.1** [12].



Figura 2.1 Primer uso registrado del VANT, 1849. **Fuente:** [13].

Sin embargo, a pesar de que hoy en día estos globos no son considerados como VANT, esta fue una tecnología que los austriacos lo desarrollaron y condujo a nuevos avances en el desarrollo de los hoy conocidos como VANTs. Posteriormente, en 1915, el ejército británico utilizó un VANT para realizar fotografías aéreas en la Batalla de Neuve Chapelle (**Figura 2.2**). En dicha batalla lograron capturar más de 1500 mapas de las fortificaciones alemanas en la región [14].



Figura 2.2 VANT utilizado en Batalla de Neuve Chapelle, 1915. **Fuente:** [15].

Debido a la ventaja militar que esta tecnología proporcionaba, se siguieron desarrollando hasta que durante los años 1930 y 1940 los ejércitos de diferentes países comenzaron a experimentar con VANTs controlados por radio [16]. Consecuentemente, aparecieron los aviones teledirigidos tales como el avión británico DH.82B Queen Bee en 1935, el avión estadounidense Curtiss N2C-2 en 1937 y el Radioplane OQ-2 en 1941, que se muestran en la **Figura 2.3**. Este último fue el primer VANT producido en masa en los Estados Unidos, y marcó una etapa de gran avance en la fabricación y suministro de aeronaves para el ejército.

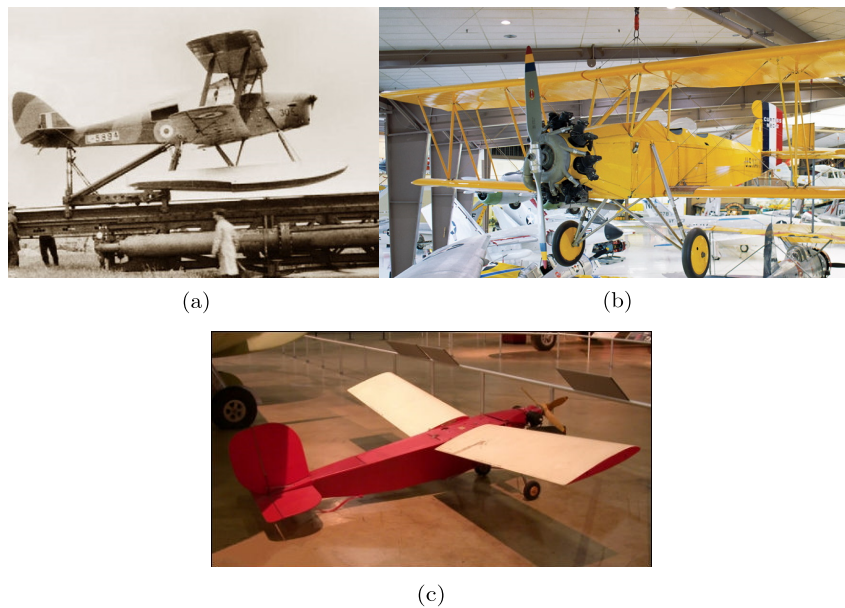


Figura 2.3 Aviones teledirigidos en aplicaciones militares, 1930 a 1940. (a) DH.82B Queen Bee [17], (b) Curtiss N2C-2 [18], (c) Radioplane OQ-2 [19].

Durante las décadas siguientes (1940 al 1980), el desarrollo de nuevas tecnologías en VANTs se mantenía ligado a aplicaciones militares, haciéndolos mucho más fiables y mejorándolos en diferentes aspectos técnicos [20]. El comienzo del uso masivo de los VANTs se dió en la victoria de la Fuerza Aérea Israelí sobre la Fuerza Aérea Siria en 1982. Israel utilizó tanto los VANTs de vigilancia como los aviones tripulados para destruir una docena de aviones sirios con pérdidas mínimas. Posteriormente se crearon diferentes programas de desarrollo de VANTs para hacerlos más económicos y para aplicaciones de reconocimiento de objetivos, desarrollando así en 1986 el RQ2 Pioneer (**Figura 2.4**), que fue un proyecto conjunto entre los Estados Unidos e Israel de un VANT de reconocimiento de menor tamaño que otros de la época.



Figura 2.4 VANT RQ-2 Pionner, 1986. **Fuente:** [21].

Durante las décadas siguientes (1980 al 2000) existieron múltiples avances en esta tecnología, desde los VANT en miniatura (menores a 15 cm) [22], hasta el primer VANT capaz de portar misiles y alcanzar objetivos tanto en tierra como en aire [23], desarrollado por el gobierno estadounidense llamado VANT Predator y se muestra en la **Figura 2.5**.



Figura 2.5 VANT MQ-1 Predator, 2002. **Fuente:** [23].

Desde los años 2000 hasta la fecha, los mayores avances en el desarrollo de los VANTs continuaron en el área militar y sus aplicaciones. No obstante, la disponibilidad de baterías más eficientes, económicas y los avances en el campo del control automático, aumentaron la popularidad de los VANT centrando también su uso en aplicaciones no militares [24]. En ese sentido, existen numerosos ejemplos de aplicaciones civiles de los VANTs tales como el transporte de carga Amazon Prime Air o para usos recreativos, de fotografía y filmación como los VANT Phantom, ambos mostrados en la **Figura 2.6**.



(a)



(b)

Figura 2.6 VANT actuales para uso no militar. (a) Amazon Prime Air VANT [25] (b) Phantom 4 Pro [26].

2.2 Clasificación de los VANT

Al referirse a las clases de VANT, existen conjuntos de diversas nomenclaturas utilizadas dependiendo del sector que emplea estas aeronaves, entre ellas pueden ser el ejército, la comunidad de investigadores, los fabricantes y las organizaciones profesionales. Las diversas nomenclaturas se basan en una variedad de parámetros, como la masa, la configuración del VANT, la aplicación diseñada, el nivel de autonomía, el tipo de operación o el empleo a nivel militar. Actualmente no hay consenso para la clasificación de los VANTs civiles.

En los sistemas VANTs, los parámetros más importantes de riesgo para los civiles en general son la masa y el tamaño del vehículo, su energía cinética o impulso y la capacidad operativa de la aeronave. De esta manera, en las clasificaciones de los VANTs se consideró la masa como un discriminador primario. Este análisis del rendimiento actual de los VANTs se limitó a los aviones de ala fija. Los VANTs multirrotores están diseñados principalmente para operar cerca del suelo, por lo que la masa es el discriminador más probable de esa clase de aeronaves.

Para esta clasificación se definieron cinco categorías de VANT actuales basados en [27]. Las categorías son: Micro (MAV), Mini, Tácticos, de altitud media y de gran altitud y se ven en la **Figura 2.7**. Los VANT de altitud media y alta también se conocen como VANT de altitud media y larga autonomía (MALE) o de altitud alta y larga autonomía (HALE), lo que indica su capacidad para permanecer en el aire durante largos períodos de tiempo.

La altitud máxima de funcionamiento de varios de los VANT actuales, se muestra en la **Figura 2.7**. Tanto el MAV como el mini VANT funcionan cerca del suelo y, por lo general, no son capaces de alcanzar más de 1000 [m]. Los VANT tácticos ocupan una

gama de masas mucho más amplia, de 10 [kg] a 500 [kg], y se distinguen principalmente por su capacidad de funcionar a mayor altura, acercándose a los 8000 [m] [28].

Una de las distinciones entre los VANT de altitud media y alta de vuelo está principalmente en su altitud de operación, y no necesariamente en la masa de la aeronave. Los VANTs de altitud media suelen operar en la región del espacio aéreo controlado, mientras que varios VANTs de gran altitud tienen la capacidad de funcionar por encima del nivel de vuelo FL600. Este nivel indica los 18000 [m] de altura, en un espacio aéreo no controlado [27].

Otra característica mostrada en la **Figura 2.7** es la autonomía de los VANT según cada categoría. Los MAV suelen tener una autonomía menor a 2 [hs]. A medida que la masa de los VANTs aumenta, la autonomía máxima también aumenta, ya que necesitan desarrollar suficiente potencia para permanecer en el aire durante largos períodos de tiempo. Los Mini VANTs pueden ser operados típicamente por varias horas, mientras que los VANTs tácticos en el rango de 5 [hs] a 10 [hs], y los de media y alta altitud de 10 [hs] a días [27].

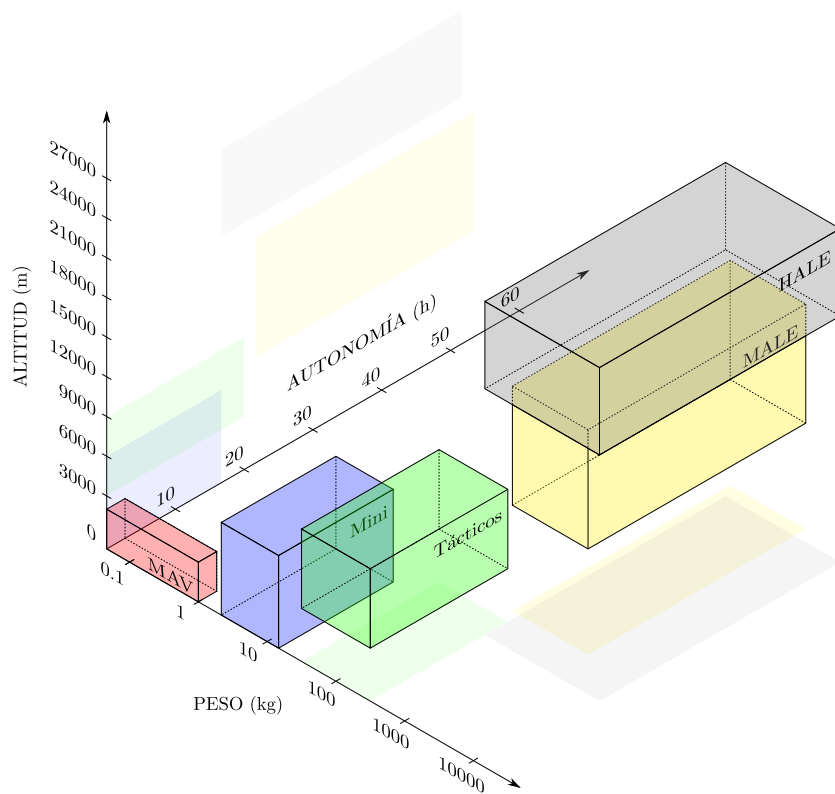


Figura 2.7 Clasificación de los VANTs según su peso, altitud y autonomía de vuelo, basado en [27]. **Fuente:** Elaboración propia

Basados en el número de hélices estas aeronaves se pueden clasificar (**Figura 2.8**):

- **VANTs de ala fija:** que solo poseen rotores para su propulsión y se mantienen en el aire gracias a la sustentación de las alas. Las ventajas y desventajas se citan a continuación [29].

- Ventajas

- * Amplio rango de vuelo: Los VANTs ala fija vuelan considerablemente más tiempo que los multi-rotor por ciclo de batería. Esto se debe a que el empuje generado por las alas sustenta el peso del VANT, utilizando los motores solo para la propulsión, haciéndolos ideales para muchas aplicaciones, como por ejemplo, mapear áreas extensas.
- * Recuperación en caso de fallos del motor: si un VANT de ala fija presenta fallos en el motor de propulsión, tiene la capacidad de planear hasta el suelo.
- * Ventajas de vuelo lineal: son ideales para vuelos lineales, de gran distancia y a gran velocidad.

- Desventajas

- * Aterrizaje y despegue en zonas amplias: por su parecido con los aviones, será necesario disponer de un espacio amplio, para configurar el despegue y aterrizaje.
- * Dificultad en maniobrar: son difíciles de configurar y hacer vuelos automáticos.
- * Menos compacto: Difíciles de empacar, por lo general hay que tener mucho más cuidado con los componentes de estas aeronaves, debido que los mismos tienden a ser mucho menos resistentes a golpes al momento de transportarlos.

- **VANTs multirotores:** poseen varios rotores que sustentan al VANT mediante el empuje generado por las hélices. Según el número de hélices pueden ser: trirotor (con tres rotores), quadrotor (con cuatro rotores) hexarotor (seis rotores) y octarotor (con ocho rotores). Las ventajas y desventajas se citan a continuación [29].

- Ventajas

- * Mejor maniobrabilidad: Los VANTs multirotores pueden despegar y aterrizar de manera vertical, necesitando de mucho menos espacio para tomar vuelo. Además pueden detenerse en el aire, y ser maniobrados

sobre objetos con gran facilidad para inspecciones, mapeo y modelamiento.

- * Compacto: Los VANTs multirotores están diseñados para ser transportados en maletines compactos.
- * Fácil de usar: son fáciles de usar tanto para los operadores, como para programar piloto automático. Rápidos para maniobrar, capaces de hacer movimientos en cualquier dirección.
- * Mayor capacidad de carga: Los VANTs multirrotor por lo general pueden levantar más peso que un VANT de ala fija, su diseño permite mayor estabilidad para el despegue y aterrizaje con carga. Sin embargo, la capacidad de carga, depende del VANT y su tamaño.

– Desventajas

- * Rangos cortos de vuelo: una de las principales limitaciones de los VANTs multirrotor es el poco rango de vuelo por batería. La mayoría de ellos, pueden volar aproximadamente 30 minutos con condiciones climáticas idóneas.
- * Difícil recuperación en caso de fallos en los motores: El VANT multirrotor depende completamente de sus motores y no puede planear sin ellos. En caso de fallas depende exclusivamente de la cantidad de rotores que posee, así como también del número de rotores dañados para poder recuperar el VANT.

- **VANTs híbridos:** es una combinación de las configuraciones ala fija y multirrotor, heredando así las ventajas de ambas tecnologías. Sin embargo, el control de este VANT es muy complejo. Estos VANTs se sub-clasifican en:

- VANTs híbridos de ala basculante: en la transición de una configuración a otra, la plataforma se mantiene fija mientras se realiza el abatimiento de las alas con los rotores.
- VANTs híbridos de rotor basculante: en la transición de una configuración a otra, la plataforma y las alas permanecen fijas mientras ocurre el abatimiento de los rotores.
- VANTs híbridos de plataforma basculante: en la transición de una configuración a otra, ocurre el abatimiento de la plataforma junto con los rotores y las alas.

- **VANT de un solo rotor:** son los que poseen un solo rotor y hélice. Dentro de esta configuración están los helicópteros. Al tener un solo rotor presentan mayor eficiencia

que los multirrotores, ya que la velocidad del rotor permanece constante variando únicamente la inclinación de las hélices. Sin embargo, una de las desventajas de esta configuración es que el diseño mecánico para la variación de la inclinación de las hélices es complejo y la otra, es que en caso de fallos en el rotor el VANT es poco seguro, pudiéndose estrellar.

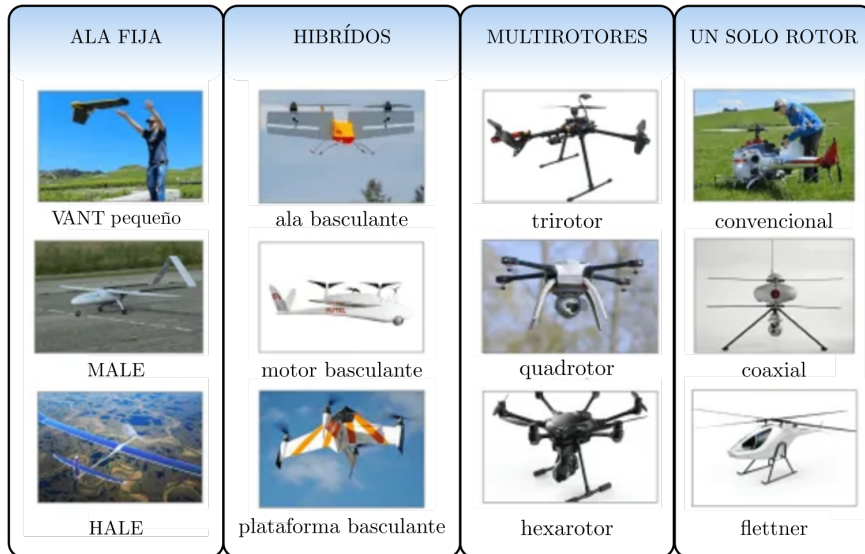


Figura 2.8 Clasificación de los VANT según su configuración. **Fuente:** [30].

Según su aplicación existen varios modelos de VANTs desarrollados [31]. Podemos clasificar a los VANTs según su finalidad en tres categorías [32]:

- **Recreativos:** Este tipo de VANTs son los más populares en la actualidad y se los encuentran en cualquier tienda comercial. En la **Figura 2.9** se muestra algunos ejemplos. En general, este tipo de VANT no puede ser modificado para proveerle de mejoras y por tanto su finalidad es el entretenimiento del usuario.



Figura 2.9 Ejemplo de VANT recreativos. **Fuente:** [33].

- **Profesionales:** Son, en general diseños propietarios y el usuario solo puede usarlos con el objetivo que fueron diseñados. Algunas aplicaciones comunes para este tipo de VANTs son la cinematografía, meteorología, agricultura. En la **Figura 2.10** se observa unas fotografías del VANT profesional utilizadas para la agricultura (izquierda) y cinematografía (derecha).



Figura 2.10 Ejemplo de VANT profesionales. **Fuente:** [33].

- **Investigación:** Este tipo de VANTs por lo general son diseñados e implementados en laboratorios con el fin de desarrollar innovaciones y aportes en investigación. Por lo general son plataformas versátiles sobre las cuales pueden realizarse pruebas de estabilidad, movimientos complejos, control, entre otras [34, 35, 36]. En la **Figura 2.11** se muestra, en la fotografía de la izquierda una plataforma de prueba de VANTs y a la derecha un VANT híbrido experimental.



Figura 2.11 Ejemplo de VANT de investigación. **Fuente:** [33].

2.3 Control de VANT

Si bien estas aeronaves tienen múltiples finalidades, el área de investigación es uno de los sectores más importantes debido a que de aquí se generan más aplicaciones, dotando de nuevas características a los VANT. Dentro de esta área existen varias zonas a mejorar, ya sea la electrónica, mecánica, aerodinámica, software y control.

El control de estas aeronaves es indispensable para el uso y avance de esta tecnología, ya que las aplicaciones se desarrollan en diferentes entornos operativos, con una variedad de perturbaciones tales como el viento, cambios bruscos de referencias, incertidumbres, etc., que pueden causar inestabilidad y posteriormente, la aeronave sufra daños.

Es por eso que actualmente existen múltiples algoritmos de control que permiten el seguimiento y estabilización de los VANT, tales como controladores clásicos, lineales, no lineales, etc. A continuación se presenta una breve descripción de los controladores más relevantes mostrados en la **Figura 2.12** acompañado de artículos relacionados a la aplicación en los VANT [37].

ALGORITMOS DE CONTROL

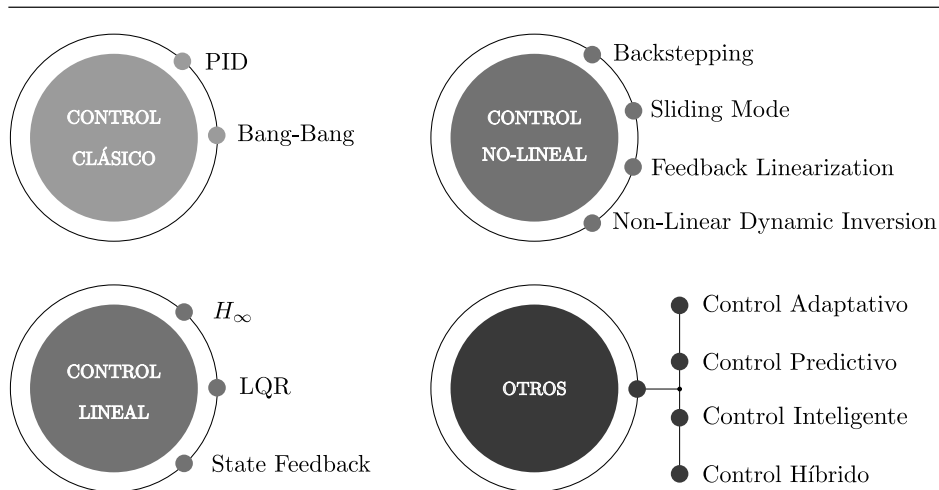


Figura 2.12 Clasificación de los algoritmos de control. **Fuente:** Elaboración propia.

Proporcional-Integral-Derivativo (control clásico): es uno de los controladores más populares y más utilizados en VANT debido a su simplicidad. Los controladores PID son considerados como un enfoque clásico en la teoría del control, sin embargo no son controladores robustos [38, 39].

Regulador Cuadrático Lineal (control lineal): Conocido por sus siglas en inglés LQR, es un método de control óptimo (al igual que el **controlador** H_{∞} [40]) con el cual se asegura la estabilidad de un sistema en lazo cerrado a través de ganancias de realimentación. Este método busca minimizar una función de costo que contiene a los estados ($x(t) \in \mathbb{R}^n$ donde n son la cantidad de estados) y entradas de control ($u(t) \in \mathbb{R}^m$ donde m son la cantidad de entradas) del sistema a controlar, y está dada por la siguiente

expresión: $J = \int_0^\infty [x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)] dt$; donde Q y R son matrices que se corresponden con las ganancias del controlador [41].

Control Adaptativo (otros controladores): El control adaptativo es un método que permite adaptar el control a partir de parámetros variables, o que inicialmente son desconocidos. A diferencia de los controles no adaptativos, los cuales mantienen unos parámetros de control fijos durante toda la operación. Este método se centra en los cambios del control, ajustando los distintos parámetros en función de las variaciones en la plataforma y el entorno [42]. Al igual que este, se pueden agregar algoritmos inteligentes de auto-identificación de planta, siendo **controladores inteligentes** [43, 44] o minimizando una función de costo arbitraria en base a predicciones futuras como el **control predictivo** [45].

Control por modos deslizantes (Control no-lineal): Comúnmente conocido en inglés como Sliding Mode (SM), es una famosa técnica no lineal robusta y conocida por su eficacia y sus poderosas propiedades que atraen a la comunidad de investigadores de automatización. De hecho, las características más atractivas del controlador SM son: la robustez frente a una gran clase de incertidumbres, su simplicidad y la convergencia al valor deseado (o referencia) en tiempo finito. Este método utiliza señales de entrada discontinuas que realizan cambios para forzar a que los estados del sistema converjan en tiempo finito a la llamada superficie deslizante y luego a moverse a través de dicha superficie hacia el punto de equilibrio. El controlador SM ha sido probado en simulación y en tiempo real en diferentes sistemas no lineales como máquinas de accionamiento eléctrico [46, 47], sistemas robóticos altamente acoplados [48, 49] y sistemas no lineales subactuados como VANT [50]. Sin embargo, su aplicación en tiempo real sigue siendo restringida por el problema del fenómeno *Chattering*. Este problema se considera la mayor desventaja del controlador SM, ya que puede conducir a muy malas prestaciones y al desgaste de las piezas mecánicas del sistema.

En la literatura, muchos investigadores trataron de resolver este problema [51, 52, 53]. La solución propuesta más atractiva consiste en aumentar lo que se conoce con el Orden del controlador, siendo uno de los más implementados el Modo Deslizante de Segundo Orden (SOSM, por sus siglas en inglés) [54]. A diferencia del SM clásico, las señales de control del SOSM que se introducen en el sistema son continuas [55] ya que las señales de conmutación actúan sobre la derivada de las entradas de control. Sin embargo, su implementación en tiempo real sigue siendo limitada debido a la falta de información requerida (medición de la primera derivada de la función de conmutación seleccionada). Este problema ha sido resuelto con el Algoritmo de Super-Torsión (STA, por sus siglas en inglés) [56, 57].

2.4 Resumen del capítulo

En este capítulo se describió primeramente el estado del arte de los VANTs desde una perspectiva histórica, como fueron evolucionando hasta los VANTs actuales. Posteriormente se propuso una clasificación de los VANTs en función de diferentes parámetros, mencionando las principales ventajas y desventajas de cada uno.

Asimismo, en este capítulo se ha abordado los esquemas de control aplicados a los VANTs, partiendo del control clásico hasta los más nuevos basados en controladores no lineales. En ese sentido, debido a las características propias de los VANTs, en este TFM se abordará el estudio de los métodos de control no lineales. Para ello, es necesario primeramente realizar el modelado del VANT, el cual será presentado en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO 3

MODELADO DEL VANT

En esta sección se detalla todos los procedimientos para obtener las ecuaciones no lineales involucradas en el modelo matemático del VANT quadrotor.

3.1 Marcos de Referencia

El modelado matemático del VANT comienza con el estudio de los marcos de referencia. Este estudio permite la comprensión de la orientación entre diferentes cuerpos, uno en relación con el otro. Existen varios marcos de referencia necesarios para determinar y comprender el comportamiento dinámico del VANT. Estos marcos de referencia se detallan a continuación:

Marco de referencia Inercial S^i : El sistema de coordenadas inercial es un sistema de coordenadas fijo a Tierra con su origen en la ubicación local definida. El vector unitario X_i apunta al Norte, Y_i apunta hacia el Este y Z_i apunta hacia el centro de la Tierra o hacia abajo. Este sistema de coordenadas comúnmente se denomina marco de referencia Norte-Este-Abajo (NED, por sus siglas en inglés).

Marco de referencia del Vehículo S^v : El origen del marco de referencia del vehículo está en el centro de masa del VANT. Sin embargo, los ejes de S^v están alineados con el eje del marco inercial S^i . En otras palabras, el vector unitario X_v apunta hacia el Norte, Y_v apunta hacia el Este y Z_v apunta hacia el centro de la Tierra.

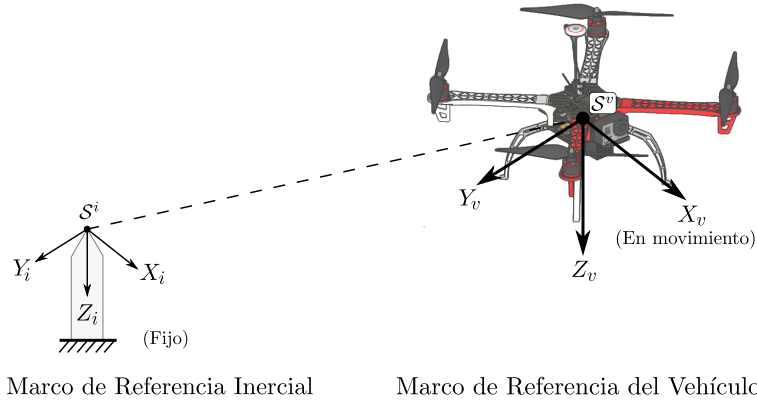


Figura 3.1 Marcos de referencia Inercial y del Vehículo. **Fuente:** Elaboración propia

Marco de referencia del Cuerpo S^b : El marco de referencia del cuerpo se obtiene aplicando varias rotaciones sobre el marco de referencia del vehículo, en un orden consecutivo de rotación con el sentido positivo de la regla de la mano derecha, formando los ángulos de rotación y ejes auxiliares como se describe a continuación. Sobre Z_v formando el ángulo de guiñada (yaw) ψ y los ejes X_{b1} , Y_{b1} , Z_{b1} , sobre el eje auxiliar Y_{b1} formando el ángulo de cabeceo (pitch) θ y los ejes X_{b2} , Y_{b2} , Z_{b2} , y sobre el eje auxiliar X_{b2} formando el ángulo de balanceo (roll) ϕ y los ejes X_b , Y_b , Z_b , el resultado del conjunto de rotaciones (**Figura 3.2**) genera el marco de referencia del cuerpo S^b , con origen en el centro de gravedad del VANT.

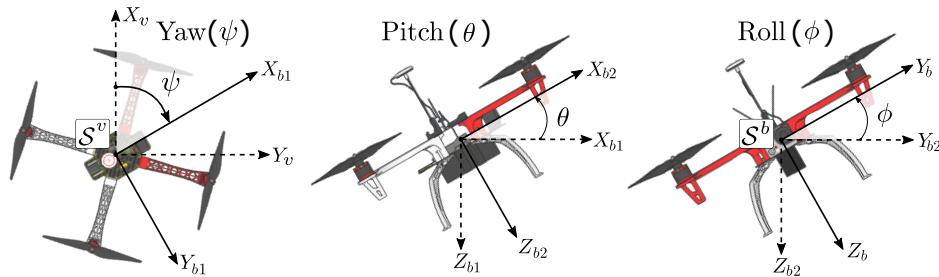


Figura 3.2 Transiciones para el marco de referencia del cuerpo. **Fuente:** Elaboración propia

La transformación del marco de referencia del vehículo al marco de referencia del cuerpo es dada por la siguiente matriz de rotación:

$$\mathcal{R}_v^b(\phi, \theta, \psi) = R = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & -s_\theta \\ s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi c_\theta \\ c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

donde la notación abreviada es $c_x \doteq \cos(x)$ y $s_x \doteq \sin(x)$, siendo $x = \phi, \theta, \psi$.

3.2 Cinemática del VANT

La posición de traslación del VANT se mide y se expresa generalmente en un sistema de referencia inercial, donde $[X, Y, Z]^T$ representa el vector de posición en el marco de referencia inercial ($\hat{i}^i, \hat{j}^i, \hat{k}^i$). Para relacionar la velocidad con la posición de traslación se requiere diferenciación y una transformación rotacional.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} & \dot{Y} & \dot{Z} \end{bmatrix}^T = R^T \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix}^T \quad (3.2)$$

donde $[u, v, w]^T$ representa el vector velocidad lineal en el marco de referencia del cuerpo. Las velocidades angulares también se expresan en este marco de referencia en términos de las derivadas de los ángulos de Euler, según se muestra en la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi) \tan(\theta) & -\cos(\phi) \tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) \sec(\theta) & \cos(\phi) \sec(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

De esta manera se tienen los tres estados de posición angular en términos de las posiciones angulares ϕ, θ, ψ , y las velocidades angulares en el marco de referencia del cuerpo (p, q, r).

3.3 Dinámica del VANT

Para desarrollar las ecuaciones de movimiento dinámicas para el VANT, se aplica la segunda ley de Newton: primero, los grados de libertad de las traslaciones y luego los grados de libertad de las rotaciones. Las leyes de Newton se mantienen en marcos de referencia inercial, lo que significa que el movimiento del cuerpo se refiere a un marco de referencia fijo y se puede expresar utilizando componentes vectoriales asociados con otros

marcos de referencia, como el marco de referencia del cuerpo. La expresión dinámica del movimiento traslacional se representa mediante la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r v - q w \\ p w - r u \\ q u - p v \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

donde m es la masa total del VANT, $F = [f_x, f_y, f_z]^T$ es el vector de fuerzas aplicadas sobre el VANT y la expresión dinámica de la rotación del cuerpo es:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = J^{-1} \left(- \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \left(J \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \right) \quad (3.5)$$

donde $\tau = [\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi]^T$ es el vector de torques aplicados sobre el VANT y J es la matriz de inercia del VANT.

3.3.1 Fuerza y momentos del VANT

El objetivo de esta sub-sección es describir las fuerzas y los momentos que actúan en un VANT. Para ello, se asume que las fuerzas y los momentos se deben principalmente a dos fuentes, representadas en las siguientes ecuaciones:

$$\vec{f} = \vec{f}_g + \vec{f}_p \quad (3.6a)$$

$$\vec{m} = \vec{m}_p \quad (3.6b)$$

donde $\vec{f}$, $\vec{f}_g$ y $\vec{f}_p$ representan a la fuerza total, a la fuerza debida a la gravedad y la debida a la propulsión, respectivamente. Por otro lado, $\vec{m}$ representa el momento total que actúa sobre el VANT y $\vec{m}_p$ representa el momento debido a la propulsión.

3.3.1.1 Fuerza gravitacional El efecto del campo gravitacional de la Tierra sobre un VANT se modela como una fuerza proporcional a la masa que actúa en el centro de gravedad, sin producir momentos y está dada por:

$$\vec{f}_g = \begin{bmatrix} -m g \sin(\theta) \\ m g \cos(\theta) \sin(\phi) \\ m g \cos(\theta) \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

donde g es el modelo de gravedad que se rige por EGM96 (Earth Gravitational Model '96) incluido en el sistema de coordenadas WGS84 (World Geodetic System '84).

3.3.2 Fuerzas y momentos propulsivos

A medida que la hélice del VANT gira, va aumentando el impulso del aire mientras genera una fuerza de empuje en el VANT. Fuerzas iguales y opuestas son aplicadas por el aire en la hélice. El efecto neto de estas fuerzas es un par sobre el eje de rotación de la hélice aplicado al VANT. El par aplicado por el motor a la hélice da como resultado un par igual y opuesto aplicado por la hélice al motor que está fijado al cuerpo VANT.

Comúnmente el fabricante provee una hoja de datos técnicos de la hélice utilizada [58], pudiéndose obtener un modelo tridimensional de puntos que relacionan variables independientes como revoluciones por minuto de la hélice, con variables dependientes como el empuje y el par generado. Las funciones utilizadas para aproximar o ajustar a los puntos de empuje y par generado, pueden ser cúbicas:

$$f_p(w_{prop}) = p_{00} w_{prop}^3 + p_{01} w_{prop}^2 + p_{02} w_{prop} + p_{03} \quad (3.8a)$$

$$m_p(w_{prop}) = p_{10} w_{prop}^3 + p_{11} w_{prop}^2 + p_{12} w_{prop} + p_{13} \quad (3.8b)$$

Pero el más utilizado es [59]:

$$f_p(w_{prop}) = C_t w_{prop}^2 \quad (3.9a)$$

$$m_p(w_{prop}) = C_d w_{prop}^2 \quad (3.9b)$$

donde w_{prop} es la entrada que representa a las velocidades en (rad/s) de la hélice, mayores a 0. Mientras que p_{ij} para $i = 1, 2, 3$ y $j = 1, 2, 3$, son las constantes de ajuste para las curvas cúbicas de empuje y par generado, y C_t , C_d son los coeficientes de empuje y par, respectivamente.

3.3.2.1 Fuerzas y momentos vectoriales de las hélices Como las ecuaciones (3.8) y (3.9) representan el módulo del empuje y par generado por la hélice, es necesario representarlos de manera vectorial para acoplar a las ecuaciones dinámicas del VANT y para ello nos basamos en la **Figura 3.3**.

La representación vectorial de la fuerza para cada hélice es:

$$\vec{f}_i = f_{pi} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T \quad \text{para } i = 1, 2, 3, 4 \quad (3.10)$$

donde f_{pi} es el módulo del empuje generado por cada rotor. Entonces, la fuerza propulsiva total es:

$$\vec{f} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3 + \vec{f}_4 \quad (3.11)$$

El momento propulsivo se debe por la acción misma de las hélices así como por el empuje que estas generan.

El momento vectorial generado por cada hélice es:

$$\vec{m}_i = -m_{pi} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T \quad \text{para } i = 1, 3 \quad (3.12a)$$

$$\vec{m}_j = m_{pj} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T \quad \text{para } j = 2, 4 \quad (3.12b)$$

donde los m_{pi} y m_{pj} son el módulo del par generado por los rotores y el signo se debe al sentido de giro de cada rotor.

Y por último el momento vectorial generado por el empuje de cada hélice es:

$$\vec{m}_{11} = f_{p1} l_d \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.13a)$$

$$\vec{m}_{22} = f_{p2} l_d \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.13b)$$

$$\vec{m}_{33} = f_{p3} l_d \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.13c)$$

$$\vec{m}_{44} = f_{p4} l_d \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.13d)$$

donde l_d es la longitud del brazo del VANT. Por lo que el momento vectorial total es:

$$\vec{m} = \vec{m}_1 + \vec{m}_2 + \vec{m}_3 + \vec{m}_4 + \vec{m}_{11} + \vec{m}_{22} + \vec{m}_{33} + \vec{m}_{44} \quad (3.14)$$

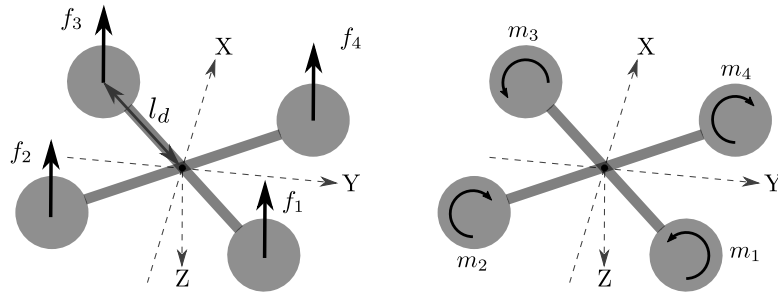


Figura 3.3 Diagrama de fuerzas y torques de el VANT. **Fuente:** Elaboración Propia.

3.4 Estructura matemática no lineal

El modelo matemático de seis grados de libertad y 12 estados para la cinemática y la dinámica de VANT viene dado por las ecuaciones (3.2)-(3.5), y se resumen de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (3.15a)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r v - q w \\ p w - r u \\ q u - p v \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \quad (3.15b)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi) \tan(\theta) & -\cos(\phi) \tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) \sec(\theta) & \cos(\phi) \sec(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3.15c)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = J^{-1} \left(- \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \left(J \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \right) \quad (3.15d)$$

Las fuerzas totales en el VANT se pueden resumir de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m g \sin(\theta) \\ m g \cos(\theta) \sin(\phi) \\ m g \cos(\theta) \cos(\phi) \end{bmatrix} + \tau_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

donde $\tau_1 = f_{p1} + f_{p2} + f_{p3} + f_{p4}$, es la sumatoria de los empujes generados por las cuatro hélices.

Los pares de torsión totales en el VANT se pueden resumir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{p1} \\ m_{p2} \\ m_{p3} \\ m_{p4} \end{bmatrix} \\ &+ l_d \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{p1} \\ f_{p2} \\ f_{p3} \\ f_{p4} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.17)$$

3.4.1 Representación matricial

Las ecuaciones (3.2)-(3.5) pueden ser reducidas a 2 ecuaciones diferenciales matriciales de segundo orden mediante las siguientes representaciones:

$$\ddot{P} = \left(\frac{1}{m} \right) R^T \left(F - m \dot{R} \dot{P} - m \left(W \dot{\Theta} \times R \dot{P} \right) \right) \quad (3.18)$$

$$F = [0 \quad 0 \quad -\tau_1]^T + m g R [0 \quad 0 \quad 1]^T \quad (3.19)$$

$$\ddot{\Theta} = (J W)^{-1} \left(\tau - \left(W \dot{\Theta} \times J W \dot{\Theta} \right) - J \dot{W} \dot{\Theta} \right) \quad (3.20)$$

donde $P = [X, Y, Z]^T$ denota el vector de posición inercial del VANT (norte, este y abajo), $\Theta = [\phi, \theta, \psi]^T$ es el vector con los ángulos de Euler, $\tau = [\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi]^T$ es el vector de torques con sus componentes en roll, pitch y yaw. Por otro lado, $W \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ denota la matriz de Euler definida como:

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\theta \\ 0 & c_\phi & c_\theta s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix}.$$

3.5 Resumen del capítulo

El modelo no-lineal del VANT determinado en este capítulo se logró utilizando inicialmente las ecuaciones dinámicas y cinemáticas básicas que definen el movimiento de un cuerpo. Luego se complementó de forma más detallada con las ecuaciones de fuerzas y momentos en sus diferentes tipos, gravitacional y propulsiva. El resultado fue un modelo matemático completo no-lineal que describe el comportamiento general del VANT a ser utilizado para el diseño de los controladores no lineales, los cuales serán abordados en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO 4

DISEÑO DE LOS CONTROLADORES

Aplicar algoritmos de control a los VANTs amplían el rango de aplicaciones que los mismos pueden realizar. En ese contexto los aportes de este TFM se centran en el desarrollo de algoritmos de control no lineal aplicados a un VANT quadrotor. Los algoritmos de control se basan en la técnica de control SM, que posee muchas variantes que se proponen con la finalidad de incrementar las prestaciones al ser aplicados en los sistemas dinámicos, en el caso particular de los VANTs, los cuales se mostrarán en el presente capítulo. Estas variantes son abordadas desde el punto de vista teórico, determinando las condiciones de estabilidad y convergencia, hasta las simulaciones utilizando la herramienta MATLAB/Simulink.

4.1 Control Modo Deslizante

SM es un controlador de estructura variable conocido por ser una de las técnicas robustas más efectivas para una gran clase de sistemas no lineales. Las buenas características del controlador SM atraen a la comunidad de investigadores de automatización. De

hecho, SM es robusto contra las perturbaciones externas y una clase de incertidumbres emparejadas, es estable en el tiempo finito, tiene una estructura simple que permite un fácil ajuste de las ganancias. Estas características se consiguen utilizando señales de entrada de conmutación que obligan a que los estados del sistema controlado alcancen sus referencias. Para validar las características teóricas alegadas, se realizaron varias simulaciones y pruebas experimentales en diferentes sistemas no lineales, como motores eléctricos [60], brazos robóticos [61], etc. Sin embargo, su implementación en el mundo real se ha visto obstaculizada por el problema del efecto *Chattering* [62], que podría conducir a un rendimiento inaceptable, degradando y/o deteriorando las partes mecánicas móviles del sistema controlado.

Desde que se identificó el problema del *Chattering*, investigadores propusieron una gran cantidad de nuevos métodos para mitigar este problema. Debido a la existencia de esta gran cantidad de métodos publicados se destacan las ventajas y desventajas de algunos de los métodos más populares a continuación:

- El fenómeno *Chattering* puede reducirse o eliminarse inyectando una capa límite alrededor de la función de conmutación. Esta proposición consiste en aproximar el término de control de la conmutación por la función de saturación continua. Sin embargo, se ha demostrado que la propiedad de invariabilidad del SM se pierde en este caso y la robustez depende de la anchura de la capa límite [63]. Haciendo que el controlador sea muy sensible a las incertidumbres.
- Otro método es el SM con ley de alcance exponencial [64]. Esta ley mejora el rendimiento adaptando las ganancias de conmutación proporcionalmente en función de la distancia que separa la trayectoria real del sistema y la función de deslizamiento. La eficiencia de este enfoque ha sido demostrada por resultados experimentales en dos brazos de robot. Sin embargo, la elección de ganancias de conmutación más pequeñas resulta en un error de estado estacionario.
- Otros métodos propuestos consisten en la combinación de SM con estimación de tiempo de retardo [53] o controladores inteligentes [65]. Estos enfoques permiten la reducción del *Chattering* ya que se puede obtener una buena aproximación de las incertidumbres. Sin embargo, su aplicación en tiempo real es difícil o requieren observadores adicionales para estimar algunos estados no medibles requeridos (caso de la estimación de retardo de tiempo).
- Un esquema de control efectivo propuesto para la clase de sistemas estudiados que elimina el *Chattering* es el SOSM. El éxito de este método no sólo se debe a que mantiene la invariabilidad de la SM sino también su mayor precisión.

En la literatura, se han presentado y probado muchos algoritmos SOSM en tiempo real en diferentes sistemas complejos no lineales. Los resultados obtenidos exhiben los méritos del método que son: alto rendimiento de rastreo, robustez frente a perturbaciones e incertidumbres equiparables y eliminación del fenómeno *chattering*. Sin embargo, la principal desventaja de la SOSM es que se requiere una derivación no medible de la función de deslizamiento, lo que dificulta su aplicación. Recientemente, se ha propuesto un algoritmo SOSM llamado *Super-Twisting* (ST) que se ha hecho rápidamente popular. Este éxito se debe a que la primera derivada de la función de deslizamiento ya no es necesaria para el procedimiento de diseño. Además, las pruebas realizadas en diferentes sistemas mostraron que el algoritmo ST heredan las ventajas del SOSM [66]. Sin embargo, siguen existiendo dos problemas: el primero es que el controlador de ST no rechaza el efecto de las perturbaciones desajustadas, el segundo es que el rendimiento durante la fase de deslizamiento depende de la selección de la función de deslizamiento que es una tarea complicada y tediosa.

Según lo dicho, teniendo en cuenta las ventajas y desventajas el trabajo consiste en estudiar teóricamente mediante simulaciones computacionales algoritmos de control no lineal basados en SM, los cuales serán descritos a continuación.

4.1.1 Esquema de Control Propuesto

La estrategia de control propuesta para el control del VANT consiste en un esquema de controladores no lineales en cascada de la **Figura 4.1**. Esta configuración se refiere a que un controlador genera las referencias para el otro, la elección de esta estrategia de control es debido a que el VANT se considera como un sistema dinámico subactuado por tener mayor cantidad de ecuaciones dinámicas que esfuerzos de control.

Entonces la configuración en cascada de controladores se realiza en dos lazos de realimentación, un lazo externo de control de posición, velocidad y aceleración inercial, y un lazo interno de control de actitud del VANT, posiciones, velocidades y aceleraciones angulares. Aplicandose, dentro de cada lazo, los diferentes controladores no lineales.

El lazo externo genera la referencia o trayectoria deseada para el lazo interno de control, mediante el desacoplo no lineal de los esfuerzos de control en la salida del lazo externo y posteriormente se realiza un filtrado para evitar las conmutaciones propias del SM y también obtener las demás referencias necesarias.

La salida del lazo interno de control va a un mezclador de señales para el motor, que es una estructura matemática que convierte los esfuerzos de control del lazo interno a las velocidades de rotación de las hélices del VANT.

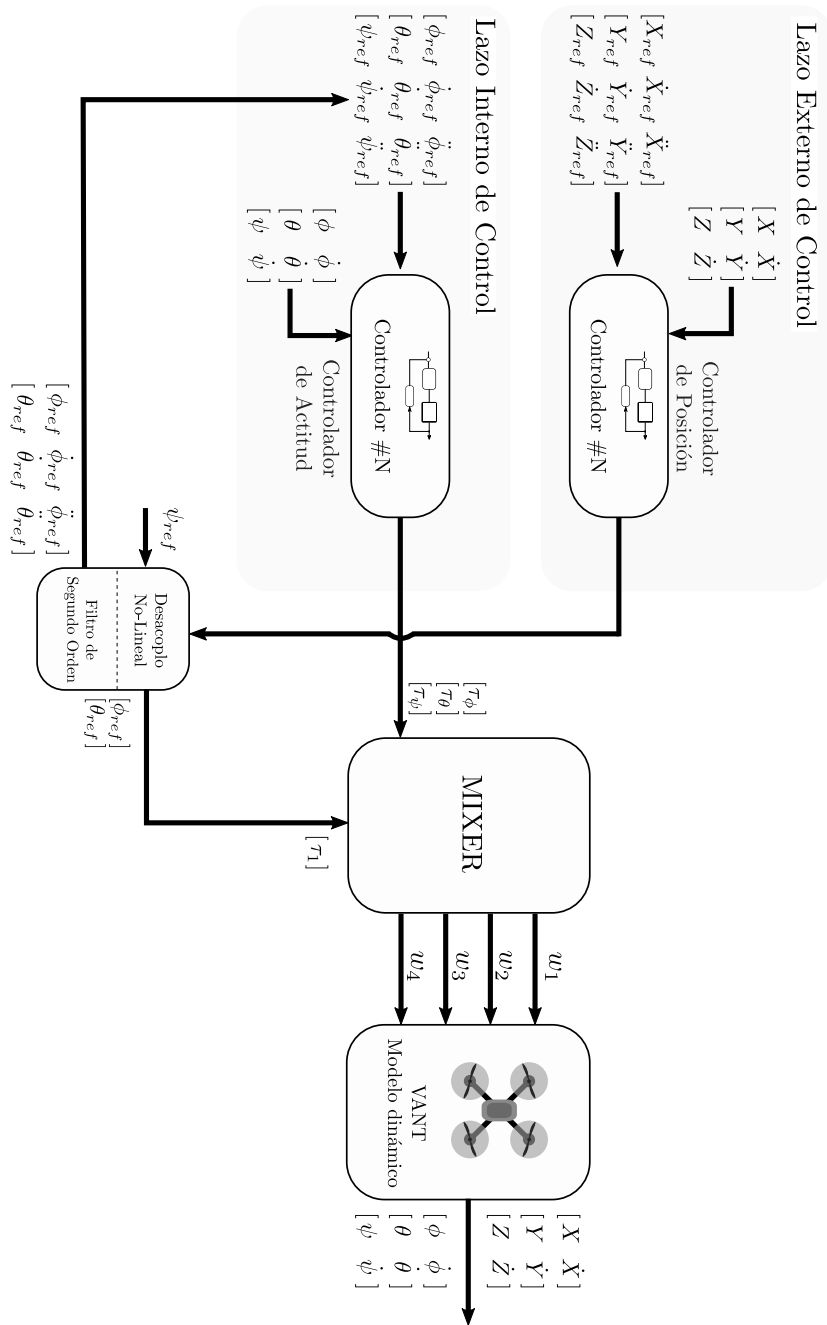


Figura 4.1 Diagrama de bloques del control en lazo cerrado. **Fuente:** Elaboración Propia.

4.1.2 Modelos Dinámicos de los Lazos de Control

Dado que las ecuaciones (3.15) son representaciones complejas y difíciles de implementar en controladores de vuelo, se utilizan representaciones simplificadas basadas en considerar que los efectos de Coriolis y arrastre como incertidumbres en el sistema dinámico, quedando por un lado la dinámica de la posición como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} \ddot{X} & \ddot{Y} & \ddot{Z} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} d_x & d_y & d_z \end{bmatrix}^T \quad (4.1)$$

donde d_x , d_y y d_z son funciones de incertidumbre, u_x , u_y y u_z son esfuerzos de control virtual definidas como siguen:

$$u_x = \frac{\tau_1}{m} (\sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi)) \quad (4.2a)$$

$$u_y = \frac{\tau_1}{m} (\cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) - \sin(\phi) \cos(\psi)) \quad (4.2b)$$

$$u_z = g - \frac{\tau_1}{m} (\cos(\phi) \cos(\theta)) \quad (4.2c)$$

Por otro lado, el modelo dinámico de la actitud esta dado por:

$$\ddot{\phi} = \frac{\tau_\phi}{J_x} + \frac{\tau_\theta}{J_y} \sin(\phi) \tan(\theta) + \frac{\tau_\psi}{J_z} \cos(\phi) \tan(\theta) + d_\phi \quad (4.3a)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\tau_\theta}{J_y} \cos(\phi) - \frac{\tau_\psi}{J_z} \sin(\phi) + d_\theta \quad (4.3b)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{\tau_\theta}{J_y} \sin(\phi) \sec(\theta) + \frac{\tau_\psi}{J_z} \cos(\phi) \sec(\theta) + d_\psi \quad (4.3c)$$

donde d_ϕ , d_θ y d_ψ son funciones de incertidumbre y (J_x, J_y, J_z) son elementos de la diagonal principal de la matriz de inercia.

4.1.2.1 Modelo Dinámico para el Lazo Externo de Control - Control de Posición El lazo externo de control de posición utiliza las ecuaciones (4.1) y (4.2), agrupándolas con la siguiente estructura matemática:

$$(\dot{\chi}_1)_P = (\chi_2)_P \quad (4.4a)$$

$$(\dot{\chi}_2)_P = F_P(\chi) + G_P(\chi) u_P + h_P \quad (4.4b)$$

donde el vector de incertidumbre $h_P = [d_x, d_y, d_z]^T$ y el vector de estado $(\chi_1)_P$ que esta compuesto por las posiciones inerciales (X, Y, Z) :

$$(\chi_1)_P = [X, Y, Z]^T \quad (4.5)$$

la derivada del vector de estados $(\dot{\chi}_2)_P$ son las velocidades inerciales $(\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z})$:

$$(\chi_2)_P = [\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}]^T \quad (4.6)$$

las funciones $F_P(\chi)$, $G_P(\chi)$ son:

$$F_P(\chi) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad G_P(\chi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

mientras que el vector de salida del lazo externo de control que es la referencia para el lazo interno de control se representa mediante el vector de esfuerzos de control:

$$u_P = [u_x, u_y, u_z]^T \quad (4.7)$$

donde cada componente (u_x, u_y, u_z) de la ecuación (4.2), se utilizan para obtener las referencias $(\tau_1, \phi^*, \theta^*)$ del lazo interno de control y se dan como sigue:

$$\tau_1 = m \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + (u_z - g)^2} \quad (4.8a)$$

$$\phi^* = \arcsin \left(\frac{m}{\tau_1} (u_x \sin(\psi^*) - u_y \cos(\psi^*)) \right) \quad (4.8b)$$

$$\theta^* = \arctan \left(\frac{1}{u_z - g} (u_x \cos(\psi^*) + u_y \sin(\psi^*)) \right) \quad (4.8c)$$

4.1.2.2 Modelo Dinámico para el Lazo Interno de Control - Control de Actitud El lazo interno de control utiliza las ecuaciones (4.3), con la siguiente estructura matemática:

$$(\dot{\chi}_1)_\Phi = (\chi_2)_\Phi \quad (4.9a)$$

$$(\dot{\chi}_2)_\Phi = F_\Phi(\chi) + G_\Phi(\chi) u_\Phi + h_\Phi \quad (4.9b)$$

donde el vector de incertidumbre $h_\Phi = [d_\phi, d_\theta, d_\psi]^T$ y el vector de estado $(\chi_1)_\Phi$ que esta compuesto por las posiciones angulares (ϕ, θ, ψ) :

$$(\chi_1)_\Phi = [\phi, \theta, \psi]^T \quad (4.10)$$

la derivada del vector de estados $(\dot{\chi}_2)_\Phi$ son las velocidades angulares $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$:

$$(\chi_2)_\Phi = [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T \quad (4.11)$$

mientras el vector de esfuerzos de control esta compuesto por las componentes del vector de torque:

$$u_{\Phi} = [\tau_{\phi}, \tau_{\theta}, \tau_{\psi}]^T \quad (4.12)$$

las funciones $F_{\Phi}(\chi)$, $G_{\Phi}(\chi)$ son:

$$F_{\Phi}(\chi) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad G_{\Phi}(\chi) = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_x} & \frac{1}{J_y} \sin(\phi) \tan(\theta) & \frac{1}{J_z} \cos(\phi) \tan(\theta) \\ 0 & \frac{1}{J_y} \cos(\phi) & -\frac{1}{J_z} \sin(\phi) \\ 0 & \frac{1}{J_y} \sin(\phi) \sec(\theta) & \frac{1}{J_z} \cos(\phi) \sec(\theta) \end{bmatrix}$$

4.1.2.3 MIXER El mezclador de las señales del motor o comúnmente conocido como motor mixer, es un proceso matemático que involucra los esfuerzos de control, que es el vector compuesto por $[\tau_1, \tau_{\phi}, \tau_{\theta}, \tau_{\psi}]$, y transforma al vector compuesto por las entradas del sistema, que en este caso son las velocidad angulares de cada uno de los rotores. Luego, usando las ecuaciones (3.16), (3.17) y (3.9), se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_{\phi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\psi} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} C_t & C_t & C_t & C_t \\ -C_t l_d \frac{\sqrt{2}}{2} & C_t l_d \frac{\sqrt{2}}{2} & C_t l_d \frac{\sqrt{2}}{2} & -C_t l_d \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -C_t l_d \frac{\sqrt{2}}{2} & -C_t l_d \frac{\sqrt{2}}{2} & C_t l_d \frac{\sqrt{2}}{2} & C_t l_d \frac{\sqrt{2}}{2} \\ C_d & -C_d & C_d & -C_d \end{bmatrix}}_T \begin{bmatrix} w_1^2 \\ w_2^2 \\ w_3^2 \\ w_4^2 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

donde w_1, w_2, w_3, w_4 son las velocidades angulares de cada uno de los rotores. De esta forma, las velocidades angulares de los rotores se pueden calcular según:

$$\begin{bmatrix} w_1^2 & w_2^2 & w_3^2 & w_4^2 \end{bmatrix}^T = T^{-1} \begin{bmatrix} \tau_1 & \tau_{\phi} & \tau_{\theta} & \tau_{\psi} \end{bmatrix}^T \quad (4.14)$$

4.1.2.4 Desacople No Lineal El desacople no lineal entre el controlador del lazo externo de control y el lazo interno de control se dá con el conjunto de ecuaciones (4.8). Sin embargo, debido a que una de las características de estos controladores es que la respuesta es conmutada, entonces las referencias de velocidad y aceleración podrían tender a grandes valores. Tal como se muestra en la **Figura 4.2**. De manera solucionar este problema, se utiliza un filtro de segundo orden paso bajo $H(s)$ para filtrar las posiciones deseadas y luego poder derivarlas para obtener las velocidades y aceleraciones, cuya

representación en el dominio de Laplace está dada por la siguiente ecuación:

$$H(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2} \quad (4.15)$$

con s como la variable en el dominio de Laplace, w_n la frecuencia natural y ζ el factor de amortiguamiento.

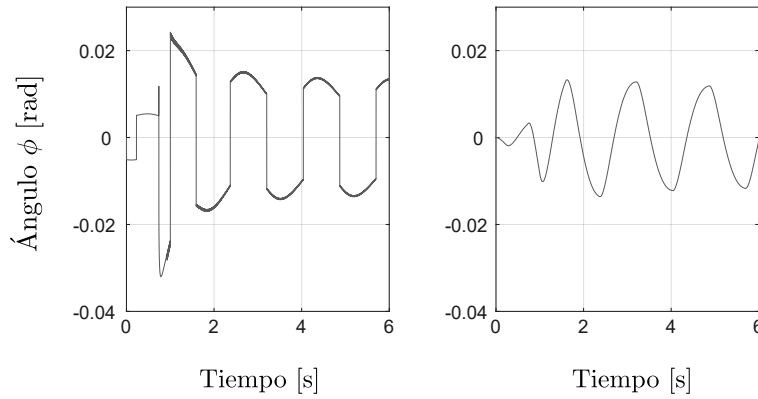


Figura 4.2 Filtrado del desacople no lineal $\phi^* - \theta^*$. A la izquierda la señal sin filtrar y a la derecha la señal filtrada. **Fuente:** Elaboración Propia.

4.2 Algoritmos de Control

En esta sección se detallan los algoritmos de control no lineales que serán utilizados para realizar simulaciones numéricas. En el presente TFM se seleccionaron 3 controladores no lineales basados en la técnica de control SM.

- El controlador #1 es el SM convencional (SMC).
- El controlador #2 es el SM con ley de alcance exponencial (ERL, por sus siglas en inglés).
- El controlador #3 es un SM de alto orden denominado algoritmo de super-torsión modificado (STM, por sus siglas en inglés).

La elección de estos tres controladores se debe a que el controlador #1 es el primer controlador desarrollado y servirá para realizar las comparaciones, luego el controlador #2 posee una mejora significativa respecto al efecto *Chattering* con el controlador #1 y el controlador #3 es un controlador propuesto recientemente con múltiples mejoras respecto a los errores en estado estacionario y el efecto *Chattering*.

4.2.1 Superficie Deslizante

Dado que la representación genérica de un sistema tiene la siguiente estructura:

$$\begin{aligned}\dot{\chi}_1 &= \chi_2 \\ \dot{\chi}_2 &= F(\chi) + G(\chi) u(t) + h(t)\end{aligned}\tag{4.16}$$

y que tanto la ecuaciones (4.4) como (4.9) se expresan así, se diseña la ley de control que forzará a las trayectorias del sistema $\chi_1(t)$ a converger a las trayectorias deseadas $\chi_{1d}(t)$, basados en las siguientes suposiciones:

- **Suposición 1:** Todos los estados $\chi_1(t)$ y sus primeras derivadas $\chi_2(t)$ están disponibles para ser medidas.
- **Suposición 2:** Las trayectorias deseadas $\chi_{1d}(t)$ y sus primeras y segundas derivadas $\dot{\chi}_{1d}(t)$, $\ddot{\chi}_{1d}(t)$ están limitadas.
- **Suposición 3:** Las funciones de incertidumbre $h_i(t)$ para $i = 1, 2, 3$ son globalmente Lipschitz:

$$\|h_i(t)\| \leq \delta_i$$

donde $\delta_i > 0$ representa la constante de Lipschitz.

De esta forma el error de seguimiento es $e = \chi_1 - \chi_{1d}$ y la superficie deslizante elegida es del tipo PID:

$$S(t) = \dot{e}(t) + \lambda_P e(t) + \lambda_I \int_0^t e(t) dt$$

donde, tanto λ_P como λ_I son matrices diagonales definidas positivas. Efectuando la primera derivada de la ecuación de la superficie deslizante se obtiene:

$$\begin{aligned}\dot{S}(t) &= \ddot{e}(t) + \lambda_P \dot{e}(t) + \lambda_I e(t) \\ &= \dot{\chi}_2(t) - \dot{\chi}_{2d}(t) + \lambda_P \dot{e}(t) + \lambda_I e(t) \\ &= F(\chi) + G(\chi) u(t) + h(t) - \dot{\chi}_{2d}(t) + \lambda_P \dot{e}(t) + \lambda_I e(t)\end{aligned}\tag{4.17}$$

despejando $u(t)$ y reordenando las ecuaciones anteriores queda que los esfuerzos de control se expresan según:

$$u(t) = G(\chi)^{-1} \left[\dot{S}(t) + \dot{\chi}_{2d}(t) - \lambda_P \dot{e}(t) - \lambda_I e(t) - F(\chi) \right]\tag{4.18}$$

Los controladores robustos SM seleccionados se obtienen resolviendo $\dot{S}(t)$, según las ecuaciones que se exponen en las siguientes secciones.

4.2.2 Controlador #1: SMC

El controlador en modo deslizante clásico, es el primero de este tipo de controladores no lineales y se expresa según:

$$\dot{S}(t) = -K_C \text{sign}(S(t)) \quad (4.19)$$

donde $K_C = \text{diag}(K_{C1}, K_{C2}, K_{C3})$ es una matriz diagonal positiva, la función signo $\text{sign}(S(t))$ esta definida por:

$$\text{sign}(S(t)) = \begin{cases} 1, & \text{si } S(t) > 0 \\ 0, & \text{si } S(t) = 0 \\ -1, & \text{si } S(t) < 0 \end{cases} \quad (4.20)$$

Teorema 4.1 Si las ganancias de conmutación según la siguiente condición, se verifica:

$$K_{Ci} > \delta_i \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \quad (4.21)$$

Entonces, el controlador robusto propuesto dado en (4.18) asegura la convergencia en la superficie de deslizamiento en un tiempo finito más pequeño que:

$$T_{c,i} = \frac{|S_i(0)|}{K_{Ci} - \delta_i} \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \quad (4.22)$$

Demostración: La dinámica del error en lazo cerrado se obtiene reemplazando (4.18) en el modelo matemático del sistema dado en (4.16):

$$\dot{S}(t) = -K_C \text{sign}(S(t)) + h(t) \quad (4.23)$$

Ahora, considerando la siguiente función definida positiva como función candidata de Lyapunov:

$$V(t) = 0.5 S^T(t) S(t) \quad (4.24)$$

Por lo tanto, su primera derivación se calcula de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= S^T(t) \dot{S}(t) \\ &= S^T(t) [h(t) - K_C \text{sign}(S(t))] \\ &= \sum_{i=1}^3 S_i(t) h_i(t) - K_{Ci} |S_i(t)| \end{aligned} \quad (4.25)$$

Basado en **Suposición 3**, se establecen las siguientes inecuaciones:

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &\leq \sum_{i=1}^3 |S_i(t)| (|h_i(t)| - K_i) \\ &\leq \sum_{i=1}^3 |S_i(t)| (\delta_i - K_{Ci})\end{aligned}\quad (4.26)$$

Finalmente, usando las ganancias en (4.21), la derivada de la función de Lyapunov anterior es definida negativa.

Para probar la convergencia de tiempo finito, se recuerda que:

$$S_i(t) \dot{S}_i(t) \leq |S_i(t)| (\delta_i - K_{Ci}) \quad (4.27)$$

Entonces, dividiendo ambos lados de la ecuación anterior por $|S_i(t)|$ e integrando entre 0 y $T_{c,i}$ lleva a:

$$\int_0^{T_{c,i}} \dot{S}_i(t) \operatorname{sign}(S_i(t)) dt \leq \int_0^{T_{c,i}} (\delta_i - K_{Ci}) dt \quad (4.28)$$

$$|S_i(T_{c,i})| - |S_i(0)| \leq (\delta_i - K_{Ci}) T_{c,i} \quad (4.29)$$

Ya que $T_{c,i}$ es el tiempo requerido para llegar a la superficie deslizante, lo que significa que $S_i(T_{c,i}) = 0$. Entonces, el tiempo de convergencia máximo se encuentra como en (4.22). Así termina la demostración.

4.2.3 Controlador #2: SM-ERL

El estudio realizado en esta subsección se basa en el siguiente artículo publicado en el marco de este TFM en conferencia internacional arbitrada e indexada:

1. **E. Paiva** et al., "Cascade First and Second Order Sliding Mode Controller of a QuadRotor UAV based on Exponential Reaching Law and Modified Super-Twisting Algorithm," 2019 Workshop on Research, Education and Development of Unmanned Aerial Systems (RED UAS), Cranfield, United Kingdom, 2019, pp. 100-105, doi: 10.1109/REDUAS47371.2019.8999711.

La ley de alcance de este controlador propuesto en [67], esta basada en la elección de un término exponencial que se adapta a las variaciones de la función de conmutación. La

ley de alcance esta dado por:

$$\dot{S}_i(t) = -\frac{K_{Ei}}{N(S_i(t))} \text{sign}(S_i(t)) \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \quad (4.30)$$

$$N(S_i) = \delta_{0i} + (1 - \delta_{0i}) \exp(-a_i |S_i(t)|^{p_i}) \quad (4.31)$$

δ_{0i} es una compensación estrictamente positiva que es menor que 1, p_i es una constante entera positiva y a_i es también estrictamente positivo. Cabe destacar que el ERL dado por (4.30) no afecta la estabilidad del control porque $N(S_i(t))$ es siempre estrictamente positivo. Debido a que $N(S_i(t))$ tiende a λ_i cuando $|S_i(t)| \rightarrow 0$ y a λ_i/δ_0 cuando $|S_i(t)| \rightarrow \infty$ tiende a este controlador permite adaptarse dinámicamente a las variaciones de las funciones de conmutación [68].

4.2.4 Controlador #3: SM-STM

El estudio realizado en esta subsección se basa en otro artículo publicado también en el marco de la presente TFM cuyos datos se muestran a continuación:

2. **E. Paiva**, J. Rodas, Y. Kali, R. Gregor and M. Saad, "Robust Flight Control of a Tri-Rotor UAV based on Modified Super-Twisting Algorithm," 2019 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Atlanta, GA, USA, 2019, pp. 551-556, doi: 10.1109/ICUAS.2019.8797742.

En esta sección se diseña el controlador SOSM basado en un STM para el seguimiento de la posición y la actitud en tiempo finito del VANT de cuatro rotores considerado [69]. El objetivo del control es asegurar que la posición y actitud definidas por $X, Y, Z, \phi, \theta, \psi$ sigan con alta precisión incluso en presencia de incertidumbres y perturbaciones las trayectorias deseadas. Como se trata de un controlador en cascada, los estados de las posiciones y actitudes del VANT se tratan de forma independiente, haciendo que el análisis del controlador a continuación esté compuesto solo de tres variables.

Por lo tanto, el algoritmo de control STM se obtiene resolviendo la siguiente ecuación:

$$\dot{S}(t) = -K_1 \Lambda(S(t)) \text{sign}(S(t)) - K_2 S(t) + \varpi(t) \quad (4.32a)$$

$$\dot{\varpi}(t) = -K_3 \text{sign}(S(t)) - K_4 \varpi(t) \quad (4.32b)$$

donde $\Lambda(S(t)) = \text{diag}(|S_1(t)|^{0.5}, |S_2(t)|^{0.5}, |S_3(t)|^{0.5})$, $K_1 = \text{diag}(K_{11}, \dots, K_{13})$, $K_2 = \text{diag}(K_{21}, \dots, K_{23})$, $K_3 = \text{diag}(K_{31}, \dots, K_{33})$ y $K_4 = \text{diag}(K_{41}, \dots, K_{43})$ son matrices diagonales positivas con coeficientes.

Teorema 4.2 Si las ganancias STM son elegidas para $i = 1, 2, 3$ como:

$$K_{1i} = \gamma K_{3i}, K_{2i} = \beta K_{4i}, K_{4i} > 0$$

$$K_{3i} > \max\{C1, C2\}$$

con:

$$\gamma > \frac{|\beta - 2|}{\sqrt{2}\beta}, \gamma \neq 2, \beta > 0, \delta_i > 0$$

$$C1 = \frac{\delta_i^2}{\gamma\beta} + \frac{4}{\gamma^3\beta}$$

$$C2 = \frac{32 + \gamma^3\beta^2 + -8\gamma^2\beta + 8\gamma^2\delta_i^2 - 4\gamma^3\delta_i^2}{4\gamma^3\beta(2 - \gamma)}$$

Entonces, la aplicación del algoritmo STM en lazo cerrado para el VANT quadrotor asegura el seguimiento de las trayectorias deseadas en tiempo finito.

Demostración: La estabilidad del error en lazo cerrado será analizada usando la misma metodología utilizada [70]. En primer lugar, sustituyendo el algoritmo de control STM (4.18) en la ecuación del movimiento (4.16) lleva a:

$$\dot{S}(t) = -K_1 \Lambda(S(t)) \text{sign}(S(t)) - K_2 S(t) + \varpi(t) \quad (4.33a)$$

$$\dot{\varpi}(t) = -K_3 \text{sign}(S(t)) - K_4 \varpi(t) + \dot{h}(t) \quad (4.33b)$$

y descomponiendo en subsistemas mediante la siguiente notación:

$$\dot{S}_i = -K_{1i} |S_i|^{0.5} \text{sign}(S_i) - K_{2i} S_i + \varpi_i \quad (4.34a)$$

$$\dot{\varpi}_i = -K_{3i} \text{sign}(S_i) - K_{4i} \varpi_i + \dot{h}_i. \quad (4.34b)$$

Ahora, consideremos el siguiente candidato definido positivo de la función de Lyapunov:

$$V = \xi^T L \xi \quad (4.35)$$

donde $\xi = [\xi_{1i} \ \xi_{2i}]^T$ con $\xi_{1i} = |S_i|^{0.5} \text{sign}(S_i)$ and $\xi_{2i} = \varpi_i$ y L es una matriz simétrica definida positiva. La función de Lyapunov en (4.35) es definida positiva, continua y diferenciable excepto cuando la superficie deslizante es cero, $S_i = 0$ y radialmente acotado eligiendo la matriz apropiada L como:

$$L = \begin{bmatrix} \beta + \left(\frac{2}{\gamma}\right)^2 & -\frac{2}{\gamma} \\ -\frac{2}{\gamma} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

donde $\gamma > 0$ y $\beta > 0$. Para calcular la primera derivada de la función de Lyapunov, necesitamos calcular primero la primera derivada del vector ξ . Obsérvese que $|\xi_{1i}| = |S_i|^{0.5}$. Entonces, $\dot{\xi} = [\dot{\xi}_{1i}, \dot{\xi}_{2i}]^T$ es lo siguiente:

$$\dot{\xi}_{1i} = \frac{1}{2|S_i|^{0.5}} \dot{S}_i \quad \text{y} \quad \dot{\xi}_{2i} = \dot{\varpi}_i \quad (4.37)$$

Por lo tanto:

$$\dot{\xi} = \frac{1}{|\xi_{1i}|} A\xi + \frac{1}{|\xi_{1i}|} B\dot{h}_i(t)|\xi_{1i}| \quad (4.38)$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(K_{1i} + K_{2i}|\xi_{1i}|) & \frac{1}{2} \\ -K_{3i} & -K_{4i}|\xi_{1i}| \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Además, la primera derivada de la función de Lyapunov V se calcula como:

$$\dot{V} = \dot{\xi}^T(t)L\xi + \xi^T L\dot{\xi} \quad (4.39)$$

Sustituyendo $\dot{\xi}$ en $\dot{V}$ lleva a:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{|\xi_{1i}|} \xi^T (A^T L + LA) \xi + \frac{2\dot{h}_i(t)}{|\xi_{1i}|} |\xi_{1i}| B^T L \xi \\ &\leq \frac{1}{|\xi_{1i}|} \xi^T (A^T L + LA) \xi + \dot{h}_i^2(t) |\xi_{1i}|^2 + \xi^T L B B^T L \xi \\ &\leq \frac{1}{|\xi_{1i}|} \xi^T (A^T L + LA + \delta_i^2 C^T C + L B B^T L) \xi \\ &\leq -\xi^T Q \xi \end{aligned} \quad (4.40)$$

donde $C = [1 \ 0]^T$. Considerando que $K_{1i} = \gamma K_{3i}$ y $K_{2i} = \beta K_{4i}$. Entonces, Q se calcula de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} Q &= -\frac{1}{|\xi_{1i}|} (A^T L + LA + \delta_i^2 C^T C + L B B^T L) \\ &= \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.41)$$

donde:

$$\begin{aligned}
 Q_{11} &= \left(\frac{4\beta}{\gamma^2} + \beta^2 \right) K_{4i} + \frac{1}{|\xi_{1i}|} \left(\gamma\beta K_{3i} - \delta_i^2 - \frac{4}{\gamma^2} \right) \\
 Q_{12} = Q_{21} &= - \left(\frac{2+\beta}{\gamma} \right) K_{4i} + \frac{1}{|\xi_{1i}|} \left(\frac{2}{\gamma} - \frac{\beta}{2} \right) \\
 Q_{22} &= 2K_{4i} + \frac{1}{|\xi_{1i}|} \left(\frac{2}{\gamma} - 1 \right)
 \end{aligned}$$

La matriz anterior Q puede ser dividida en dos matrices:

$$Q = Q_1 + \frac{1}{|\xi_{1i}|} Q_2 \quad (4.42)$$

donde

$$Q_1 = \begin{bmatrix} \left(\frac{4\beta}{\gamma^2} + \beta^2 \right) K_{4i} & - \left(\frac{2+\beta}{\gamma} \right) K_{4i} \\ - \left(\frac{2+\beta}{\gamma} \right) K_{4i} & 2K_{4i} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} \gamma\beta K_{3i} - \delta_i^2 - \frac{4}{\gamma^2} & \frac{2}{\gamma} - \frac{\beta}{2} \\ \frac{2}{\gamma} - \frac{\beta}{2} & \frac{2}{\gamma} - 1 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Ya que Q_1 y Q_2 son matrices simétricas. Entonces, son definidas positivas si se cumplen las cuatro condiciones siguientes:

$$\left(\frac{4\beta}{\gamma^2} + \beta^2 \right) K_{4i} > 0 \quad (4.45)$$

$$\det(Q_1) > 0 \quad (4.46)$$

$$\alpha\beta K_{3i} - \delta_i^2 - \frac{4}{\gamma^2} > 0 \quad (4.47)$$

$$\det(Q_2) > 0 \quad (4.48)$$

La condición (4.45) siempre se verifica. La desigualdad en (4.46) se cumple si:

$$\gamma > \frac{|\beta - 2|}{\sqrt{2}\beta} \quad (4.49)$$

Mientras que las desigualdades (4.47) y (4.48) se verifican si:

$$K_{3i} > \max\{C1, C2\} \quad (4.50)$$

con:

$$C1 = \frac{\delta_i^2}{\gamma\beta} + \frac{4}{\gamma^3\beta}$$

$$C2 = \frac{32 + \gamma^3\beta^2 + -8\gamma^2\beta + 8\gamma^2\delta_i^2 - 4\gamma^3\delta_i^2}{4\gamma^3\beta(2 - \gamma)}$$

Por lo tanto, al verificar las condiciones anteriores, $\dot{V}$ es definida negativa. Por lo tanto, la estabilidad en lazo cerrado está demostrada.

Para probar la convergencia en tiempo finito, recordemos el hecho de que la función de Lyapunov está limitada radialmente. Entonces:

$$\lambda_{\min}\{L\}\|\xi\|_2^2 \leq V \leq \lambda_{\max}\{L\}\|\xi\|_2^2 \quad (4.51)$$

con $\lambda_{\min}\{L\}$ y $\lambda_{\max}\{L\}$ denotan respectivamente los valores propios mínimos y máximos de la matriz L y $\|\xi\|_2^2$ es la norma euclidiana de ξ . Por lo tanto:

$$\frac{V^{\frac{1}{2}}}{\lambda_{\max}^{\frac{1}{2}}\{L\}} \leq \|\xi\|_2 \leq \frac{V^{\frac{1}{2}}}{\lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}\{L\}} \quad (4.52)$$

En la segunda parte, la ecuación (4.40) puede ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\xi^T Q \xi \\ &\leq -\xi^T Q_1 \xi - \frac{1}{|\xi_{1i}|} \xi^T Q_2 \xi \\ &\leq -\lambda_{\min}\{Q_1\}\|\xi\|_2^2 - \frac{1}{|\xi_{1i}|} \lambda_{\min}\{Q_2\}\|\xi\|_2^2 \end{aligned} \quad (4.53)$$

donde $\lambda_{\min}\{Q_i\}$ es el valor propio mínimo de Q_i para $i = 1, 2$. Como $|\xi_{1i}| \leq \|\xi\|_2$. Entonces, la ecuación anterior queda:

$$\dot{V} \leq \frac{\lambda_{\min}\{Q_1\}}{\lambda_{\max}\{L\}} V + \frac{\lambda_{\min}\{Q_2\} \lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}\{L\}}{\lambda_{\max}\{L\}} V^{\frac{1}{2}} \quad (4.54)$$

Según la ecuación anterior, la superficie de deslizamiento converge a cero en tiempo finito. Esto concluye la demostración.

4.3 Resumen del capítulo

Se detalló inicialmente los esquemas de control propuestos, que consistieron en una serie de estrategias para el control completo del VANT, basándose en controladores en cascada, un lazo interno y otro externo de control, donde se aplicarán los controladores SMC, SM-ERL, SM-STM con sus respectivos análisis de estabilidad según el criterio de Lyapunov, para las simulaciones numéricas, los cuales serán abordados en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO 5

SIMULACIONES NUMÉRICAS

En este capítulo, se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones que representan al estudio teórico realizado para comprobar el rendimiento de los tres algoritmos de control no lineal descritos en el capítulo anterior. Se procede a realizar un análisis comparativo entre estas técnicas de control para verificar el comportamiento en el VANT a controlar, bajo diferentes efectos de perturbaciones e incertidumbres propuestas. En este caso, el VANT seleccionado es el DJI F450 y en las siguientes secciones se detallan sus parámetros correspondientes, de tal manera a que se pueda general los movimientos del mismo utilizando el modelo dinámico del Capítulo 3. Una descripción gráfica de lo mencionado anteriormente se presenta en la **Figura 5.1**.

Modelo Teórico (VANT)	1
2	Definición de parámetros
Modelo del Sistema / Simulink	3
4	Modelo del Controlador / Simulink
Ejecución de Simulaciones	5
6	Obtención de Resultados
Comparación y Análisis	7

Figura 5.1 Pasos para el estudio de simulaciones. **Fuente:** Elaboración propia.

5.1 Parámetros del VANT

En esta sección se muestran los parámetros del VANT DJI F450 de la **Figura 5.2** distribuidos en dos grupos: parámetros físicos y parámetros propulsivos.



Figura 5.2 VANT DJI F450. **Fuente:** [71].

5.1.0.1 Parámetros físicos Los parámetros del cuerpo guardan relación directa con el peso, distancias e inercias del VANT. En **Tabla 5.1** se muestran dichos parámetros.

Tabla 5.1 Masa y longitudes del VANT. **Fuente:** Elaboración propia.

Parámetro	Valor	Unidad
Masa total (m)	1.32	kg
Longitud del brazo del VANT (l_d)	0.235	m

Los valores medidos [71] utilizados para la matriz de inercia son:

$$J = \begin{bmatrix} 0.0124 & 0 & 0 \\ 0 & 0.013 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0237 \end{bmatrix} [\text{kg.m}^2] \quad (5.1)$$

5.1.1 Parámetros propulsivos

Para los modelos propulsivos se tomaron los datos de [58] que son tablas de rendimiento de la hélice 10x45MR y muestran la eficiencia, potencia, empuje y torque generado por la hélice en función de las revoluciones por minuto, para acoplar al modelo matemático se utilizaron los datos de empuje y torque generado, como se visualizan por medio del conjunto de puntos en las **Figuras 5.3**.

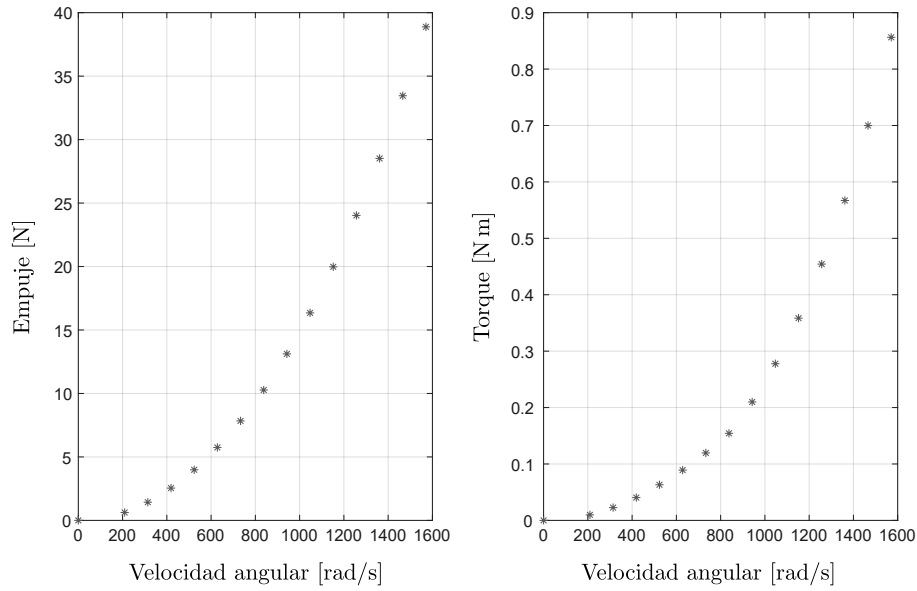


Figura 5.3 Gráfico de empuje y torque vs velocidad angular de la hélice. **Fuente:** [58].

Con estos datos se realiza un ajuste de curvas, las curvas propuestas son dos, las funciones (3.8) y (3.9). El método utilizado es el de mínimos cuadrados o también llamado ecuaciones normales de Gauss.

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (5.2)$$

donde β son los coeficientes de ajuste de curva, para realizar la regresión de las funciones en (3.8), es necesario centrar y escalar los datos de velocidad angular, mediante la media y la desviación estándar. Los resultados de los coeficientes de esta regresión lineal tanto para el empuje y el torque en ambas funciones se indican en la **Tabla 5.2**.

Tabla 5.2 Parámetros de la curva de ajuste de empuje y torque generado. **Fuente:** Elaboración propia.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
p_{00}	0.2247	p_{10}	0.02604
p_{01}	3.964	p_{11}	0.1157
p_{02}	12.04	p_{12}	0.2142
p_{03}	10.1	p_{13}	0.1555
C_t	1.539e-5	C_d	3.072e-7

5.1.2 Otros parámetros

Dentro de esta sub-sección se detallan los parámetros del filtro de segundo orden de la ecuación (4.15) para el desacoplo no lineal y se muestran en la **Tabla 5.3**.

Tabla 5.3 Parámetros del filtro de segundo orden. **Fuente:** Elaboración propia.

Parámetro	Valor
Posición angular máxima [rad]	1.5708
Aceleración angular máxima [rad/s ²]	34.9
Sobrepico máximo [%]	1%
w_n	$\sqrt{34.9/1.5708} = 4.7140$
ζ	$\sqrt{(\log(0.01)^2)/(\pi^2 + \log(0.01)^2)} = 0.8261$

5.2 Descripción del entorno de simulación

Un entorno de simulación, con el programa MATLAB/Simulink, ha sido diseñado para simular el comportamiento dinámico del VANT. Los resultados de simulación han sido analizados para comparar entre las técnicas SMC, SM-ERL, SM-STM. La integración numérica por el método de Euler de primer orden ha sido aplicado como método de discretización para computar la evolución de las variables de espacio de estados en el dominio del tiempo.

A continuación se presentan los resultados de 3 pruebas de seguimiento seleccionados en orden a probar la efectividad y poder analizar el funcionamiento del VANT con los controladores descritos anteriormente.

- Simulación #1: prueba de vuelo estacionario.
- Simulación #2: prueba de seguimiento punto-punto o Waypoints.
- Simulación #3: prueba de seguimiento de trayectoria compleja.

Para la obtención de las ganancias de los controladores, se sintonizaron de tal manera a que den las mejores respuestas en todas las pruebas, permaneciendo fijas en cada simulaciones. Los valores hallados se muestran en la **Tabla 5.4**.

Tabla 5.4 Ganancias de los controladores. **Fuente:** Elaboración propia.

Controlador SMC						
	X	Y	Z	ϕ	θ	ψ
λ_P	1	1	1	1	1	1
λ_I	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
K_C	1	1	3	10	10	1
Controlador SM-ERL						
	X	Y	Z	ϕ	θ	ψ
λ_P	1	1	1	10	10	1
λ_I	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
K_E	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
δ_0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
a	10	10	50	100	100	10
p	3	3	1	1	1	1
Controlador SM-STM						
	X	Y	Z	ϕ	θ	ψ
λ_P	1	1	1	1	1	1
λ_I	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
K_1	1	1	1	1	1	1
K_2	0.001	0.001	0.1	1	1	1
K_3	0.01	0.01	0.1	10	10	1
K_4	0.01	0.01	0.1	0.01	0.01	1

5.2.1 Simulación #1: prueba de vuelo estacionario

En esta simulación se efectúa la respuesta al escalón de 10 [m] de altura en el eje Z del VANT, esto permite conocer la respuesta del VANT frente a cambios abruptos en su entrada. Pudiendo medir el tiempo de establecimiento, que es el tiempo que tarda el VANT en alcanzar y mantener esa altura. Durante ese periodo de tiempo el VANT debe permanecer en la posición de origen en el plano cartesiano $X - Y$.

Las condiciones de simulación se desarrollan sin perturbaciones y con las ganancias λ_I en la superficie deslizante igual a 0.

Entonces, las expresiones para las trayectorias deseadas del VANT quadmotor son:

$$X_{ref} = 0 \text{ [m]} \quad Y_{ref} = 0 \text{ [m]} \quad Z_{ref} = -10 \text{ [m]} \quad \psi_{ref} = 0 \text{ [rad]}$$

y para las velocidades:

$$\dot{X}_{ref} = \dot{Y}_{ref} = \dot{Z}_{ref} = 0 \text{ [m/s]} \quad \dot{\psi}_{ref} = 0 \text{ [rad/s]}.$$

Las **Figuras 5.4, 5.6 y 5.8** muestran las trayectorias recorridas por el VANT con cada controlador en el plano cartesiano $X - Y$ mientras vuela en modo estacionario. Como se puede ver, los controladores mantienen con éxito el VANT en las coordenadas deseadas pudiéndose apreciar la precisión del vuelo en el aire está dentro de un círculo de 15 [cm], 1.6 [cm] y 2.5 [cm] de radio, para el controlador SMC, SM-ERL y SM-STM, respectivamente. Para este caso, el controlador SM-ERL posee una mayor precisión debido a que las ganancias adaptables se pueden sintonizar más fácilmente que las ganancias SM-STM que son fijas, el SMC posee una baja precisión por el efecto del *Chattering* que tiende a generar sobre-oscilaciones.

Las **Figuras 5.5, 5.7 y 5.9** corresponden al seguimiento de posición y velocidad en el eje Z . Todas las trayectorias de seguimiento tiene error casi nulo, sin embargo la velocidad varía de acuerdo con la modificación de las ganancias. Para este conjunto de ganancias el tiempo de subida fue de 7.5 [s], 5.9 [s] y 7.8 [s], para el controlador SMC, SM-ERL y SM-STM, respectivamente. De nuevo, debido a la sintonización adecuada el SM-ERL tiene mejor tiempo de subida, pero con la salvedad de que utiliza la máxima velocidad de rotación de los motores durante unos segundos, como se puede ver en la **Figura 5.10**, pudiendo crear inconvenientes en el control cuando los errores son grandes.

Por último, en la **Figura 5.10** se muestra una de las componentes del vector de entrada de control que expresa la velocidad angular del motor 1 en [rpm], de los 3 controladores, como se puede ver el efecto del *Chattering* es excesivo en el controlador SMC, pudiendo deteriorar el motor en el cual se está aplicando. Mientras, las respuestas de los contro-

ladores SM-ERL y SM-STM son más suaves, quedando ambos en un rango de 4340 [rpm] a 4440 [rpm], con una mejor respuesta del controlador SM-STM dentro de esta región.

En la **Tabla 5.5** se encuentra un resumen de lo detallado anteriormente, agregando el rango del *Chattering* que es la diferencia entre el valor máximo y mínimo de los datos.

Tabla 5.5 Simulación #1) Resumen de resultados. **Fuente:** Elaboración propia.

Controladores	SMC	SM-ERL	SM-STM
Tiempo de Subida [s]	7.5	5.9	7.8
Rango <i>Chattering</i> [rpm]	2700	100	40
Precisión $X - Y$ [cm]	15	1.6	2.5

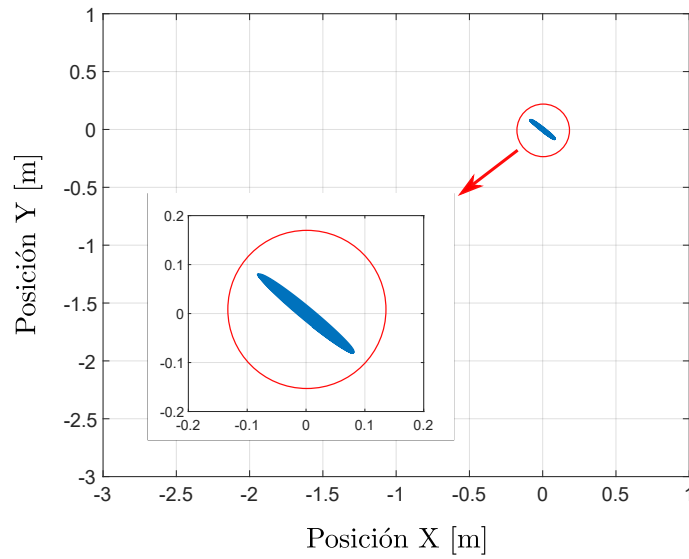


Figura 5.4 Simulación #1) Seguimiento de posición $X - Y$. controlador SMC. **Fuente:** Elaboración Propia.

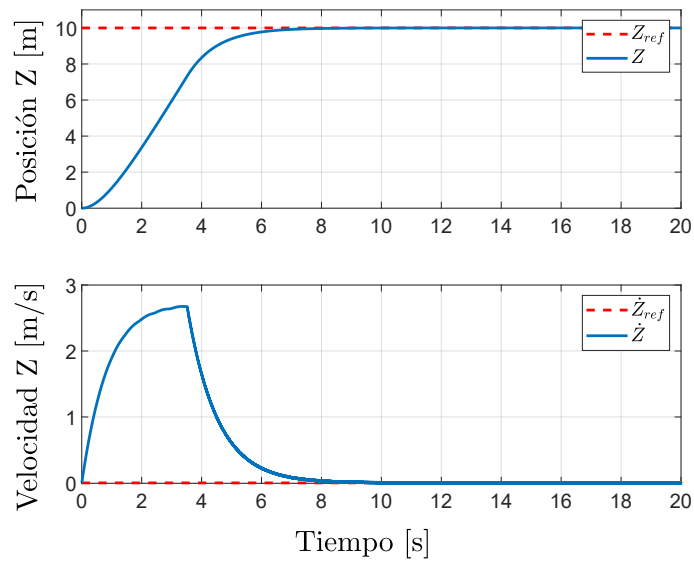


Figura 5.5 Simulación #1) Seguimiento de posición y velocidad en Z . controlador SMC. (Obs: Eje Z invertido) **Fuente:** Elaboración Propia.

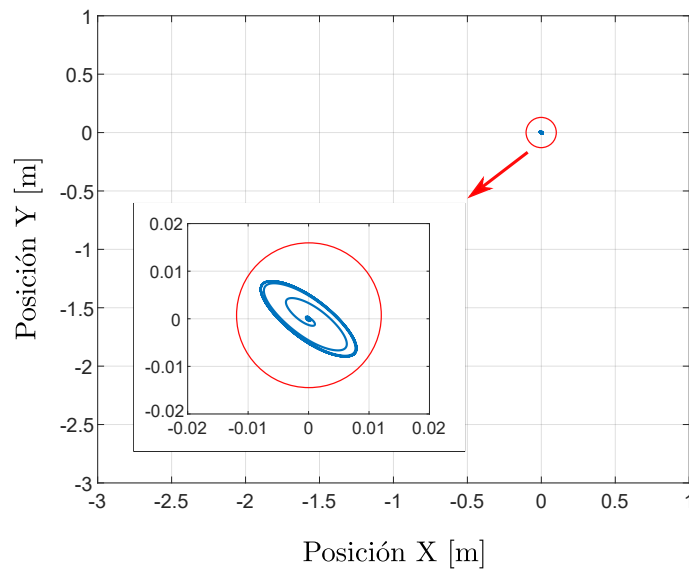


Figura 5.6 Simulación #1) Seguimiento de posición $X - Y$. controlador SM-ERL. **Fuente:** Elaboración Propia.

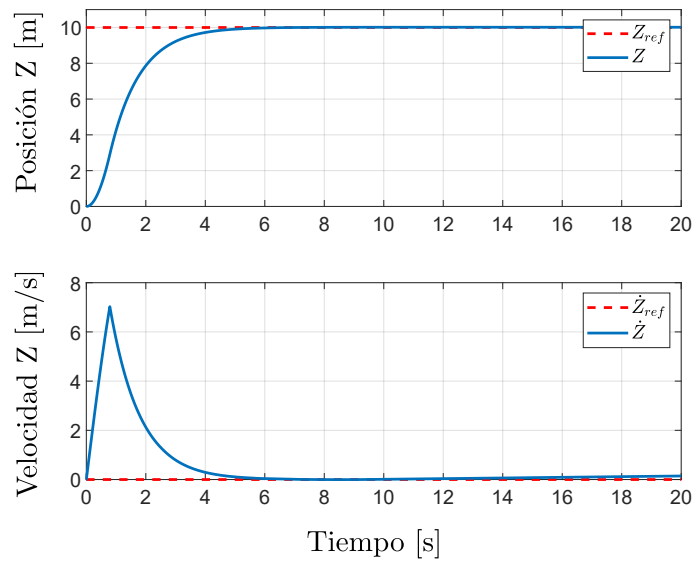


Figura 5.7 Simulación #1) Seguimiento de posición y velocidad en Z . controlador SM-ERL. (Obs: Eje Z invertido) **Fuente:** Elaboración Propia.

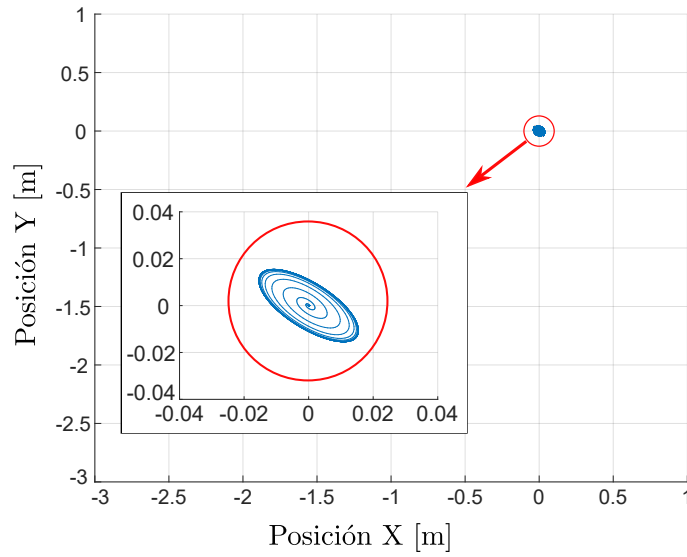


Figura 5.8 Simulación #1) Seguimiento de posición $X - Y$. controlador SM-STM. **Fuente:** Elaboración Propia.

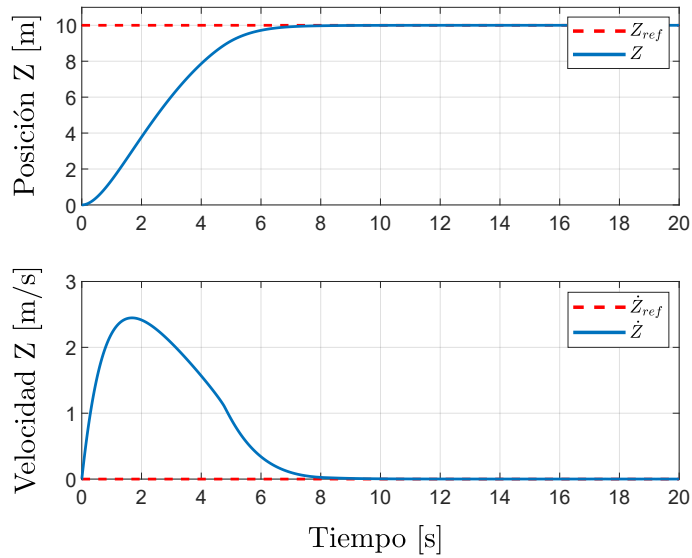


Figura 5.9 Simulación #1) Seguimiento de posición y velocidad en Z . controlador SM-STM. (Obs: Eje Z invertido) **Fuente:** Elaboración Propia.

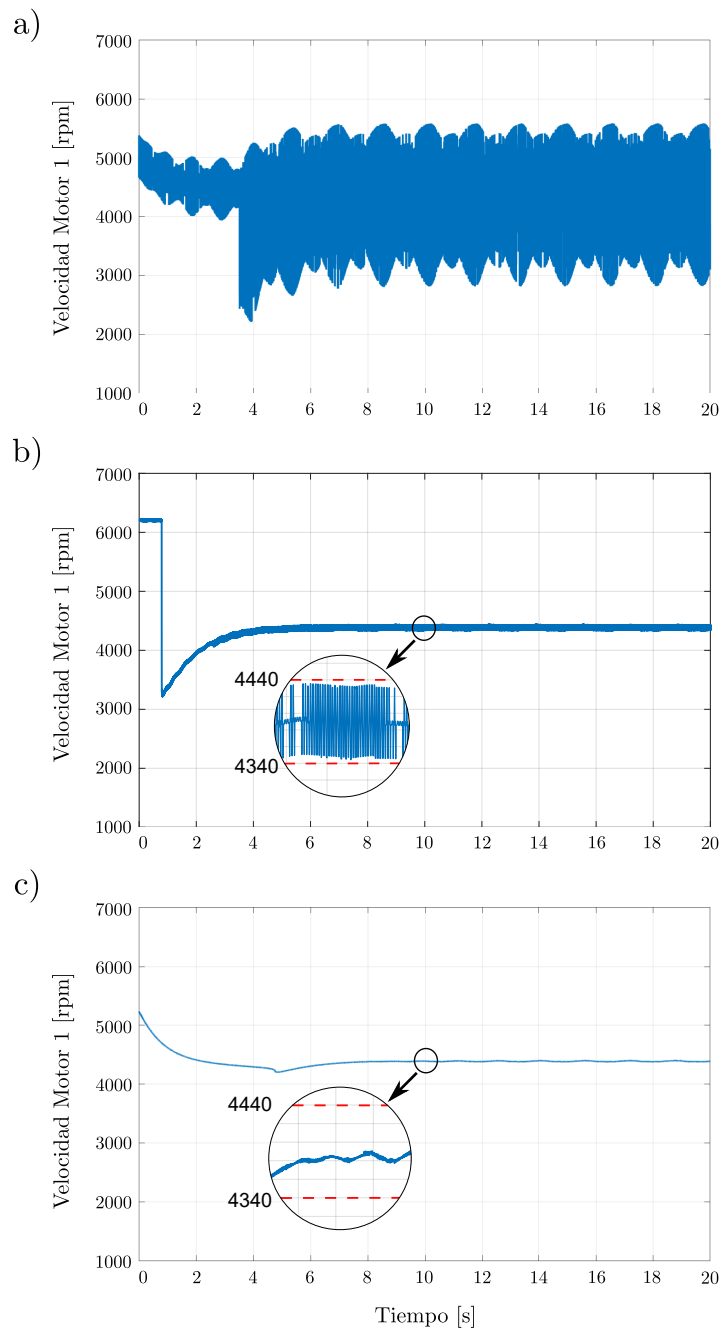


Figura 5.10 Simulación #1) Velocidad angular del motor 1 para el a) Controlador SMC, b) Controlador SM-ERL y c) Controlador SM-STM. **Fuente:** Elaboración Propia.

5.2.2 Simulación #2: prueba de seguimiento puntos-punto o Waypoints

Esta simulación efectúa la respuesta al seguimiento de trayectorias punto a punto o Waypoints, este tipo de seguimiento es bastante importante ya que se implementan comúnmente en los controladores de vuelo y permite generar misiones de vuelo con múltiples aplicaciones, tales como el escaneo de terrenos y filmaciones. Para generar esta trayectoria de referencia existen las curvas polinomiales que posibilitan obtener las trayectorias de referencia en posición, velocidad y aceleración, para este caso se selecciona la curva polinomial suave de quinto orden, que tiene las siguientes expresiones en posición, velocidad y aceleración:

$$q(t) = \mathbf{a}(t - t_0)^5 + \mathbf{b}(t - t_0)^4 + \mathbf{c}(t - t_0)^3 + \mathbf{d}(t - t_0)^2 + \mathbf{e}(t - t_0) + \mathbf{f}$$

$$\dot{q}(t) = 5\mathbf{a}(t - t_0)^4 + 4\mathbf{b}(t - t_0)^3 + 3\mathbf{c}(t - t_0)^2 + 2\mathbf{d}(t - t_0) + \mathbf{e}$$

$$\ddot{q}(t) = 20\mathbf{a}(t - t_0)^3 + 12\mathbf{b}(t - t_0)^2 + 6\mathbf{c}(t - t_0) + 2\mathbf{d}$$

con:

$$\mathbf{a} = \frac{6(q(t_f) - q(t_0))}{T^5} \quad \mathbf{b} = \frac{15(q(t_f) - q(t_0))}{T^4} \quad \mathbf{c} = \frac{10(q(t_f) - q(t_0))}{T^3}$$

$$\mathbf{d} = 0 \quad \mathbf{e} = 0 \quad \mathbf{f} = q(t_0)$$

donde t_0 es el tiempo inicial, t_f es el tiempo final y $T = (t_f - t_0)$ es el tiempo requerido para que la trayectoria alcance el punto final, $q(t_0)$ y $q(t_f)$ son los puntos de la trayectoria inicial y final, respectivamente, $\dot{q}(t)$ y $\ddot{q}(t)$ son las velocidades y aceleraciones de la trayectoria deseada. Los puntos de seguimiento deseados van desde el Punto 0 al Punto 7 de la **Tabla 5.6**, cambiando de Punto a Punto de forma ordenada y consecutiva.

Tabla 5.6 Simulación #2) Puntos de seguimientos deseados. **Fuente:** Elaboración propia.

	X_{ref} [m]	Y_{ref} [m]	Z_{ref} [m]	ψ_{ref} [rad]	t_f
Punto 0	0	0	0	0	0
Punto 1	0	0	-10	0	15
Punto 2	0	-5	-10	$-\pi/2$	30
Punto 3	10	-5	-5	0	45
Punto 4	10	5	-5	$\pi/2$	60
Punto 5	0	5	-10	0	75
Punto 6	0	0	-10	$-\pi/2$	90
Punto 7	0	0	0	0	110

Las perturbaciones aplicadas en X - Y - Z son: $h_{XYZ} = 0.5 \text{ g} [1 \ 1 \ -1]^T [\text{m/s}^2] \ t \in [50, 50.2]$, esto simula un golpe de $0.2[\text{s}]$ de duración de un objeto con masa igual a la mitad de la masa del VANT. Las incertidumbres aplicadas además de la diferencia entre los modelos del sistema y el controlador, corresponden a ruidos blancos gaussianos sobre cada una de las variables de estados siendo su definición $\Upsilon \sim \mathcal{N}(0, 1e-6)$.

Los resultados en las **Figuras 5.11, 5.12, 5.13 y 5.14** muestran un gran seguimiento teniendo en cuenta las perturbaciones e incertidumbre agregadas, el controlador SM-ERL posee un sobrepico del 6% en X - Y , mientras que el sobrepico de los controladores SMC y SM-STM, son menores al 1%. El motivo de esto es que el controlador SM-ERL tiene las ganancias elevadas para este tipo de seguimiento, generando sobrepicos.

En la **Figura 5.14** se pueden ver el seguimiento de las posiciones angulares, se observa que las oscilaciones generadas por el controlador SMC son excesivas, alcanzando valores dentro de los 11° , esto es debido a los problemas de *Chattering* que son persistentes en este controlador, mientras que de los otros dos controladores, las oscilaciones son menores a 2° .

En la **Figura 5.15** se muestra una de las componentes del vector de entrada de control que expresa la velocidad angular del motor 1 en [rpm], de los 3 controladores, como se puede ver el efecto del *Chattering* es excesivo en el controlador SMC, pudiendo deteriorar el motor en el cual se esta aplicando. Mientras, las respuestas de los controladores SM-ERL y SM-STM son más suaves, incluso teniendo en cuenta el ruido agregado, quedando ambos en un rango de 4320 [rpm] a 4450 [rpm], con una mejor respuesta del controlador SM-STM dentro de esta región, debido a que este controlador es SOSM, puede agregar con las ganancias adecuadas un efecto integral en las señales de control. Por esto, es un controlador adecuado para atenuar ruidos en las señales de control.

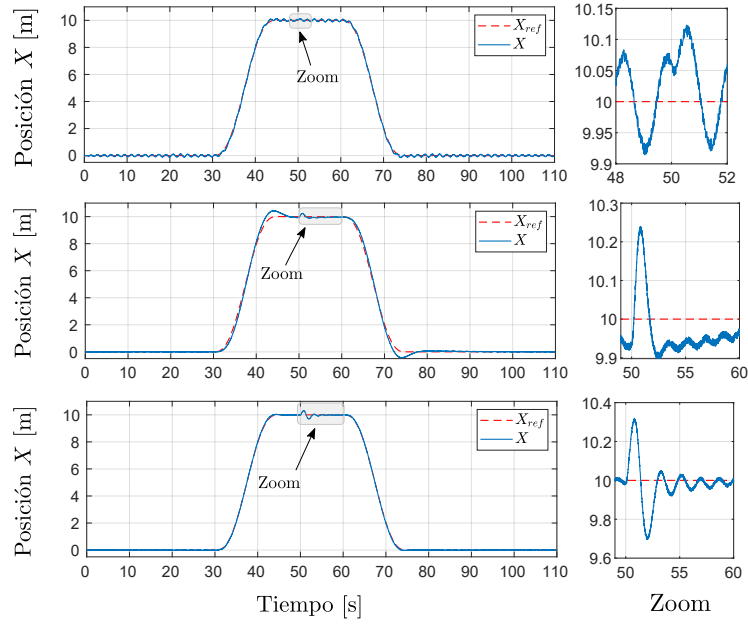
Con respecto a la perturbación debido al impacto, todos los controladores pudieron atenuarlo, por lo que las diferencias en el seguimiento durante este tiempo de impacto fueron mínimas, con sobrepicos menores al 3%. En la **Tabla 5.7** se encuentra un resumen de lo detallado anteriormente.

Tabla 5.7 Simulación #2) Resumen de resultados.

Controladores	SMC	SM-ERL	SM-STM
Oscilaciones $\phi - \theta$ [rad]	11°	$< 2^\circ$	$< 2^\circ$
Rango <i>Chattering</i> [rpm]	3000	130	65
Sobrepico $X - Y$ [m]	6%	$< 1\%$	$< 1\%$

Por último, en la **Figura 5.16** se muestra el seguimiento de trayectorias punto a punto de forma tridimensional del VANT aplicando el controlador SM-STM.

a)



b)

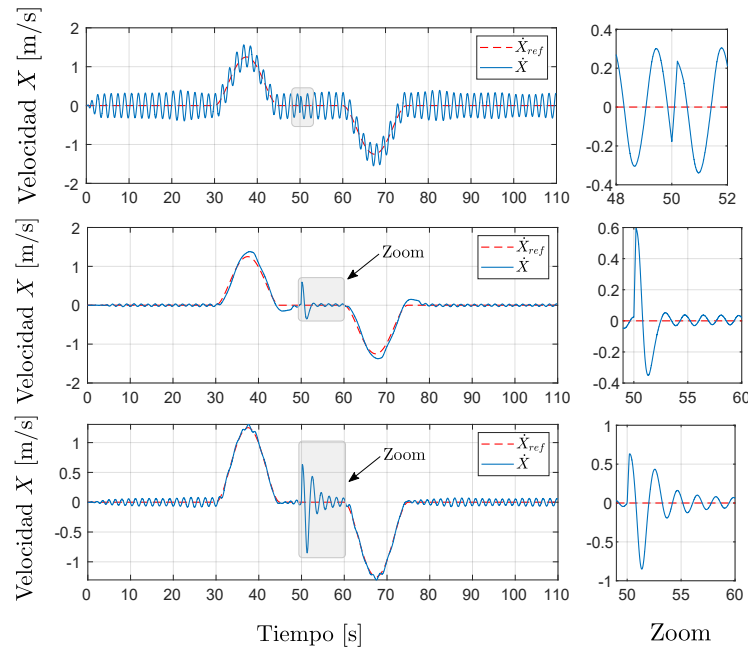


Figura 5.11 Simulación #2) Seguimiento de a) posición y b) velocidad en el eje X para los controladores SMC, SM-ERL y SM-STM. **Fuente:** Elaboración Propia.

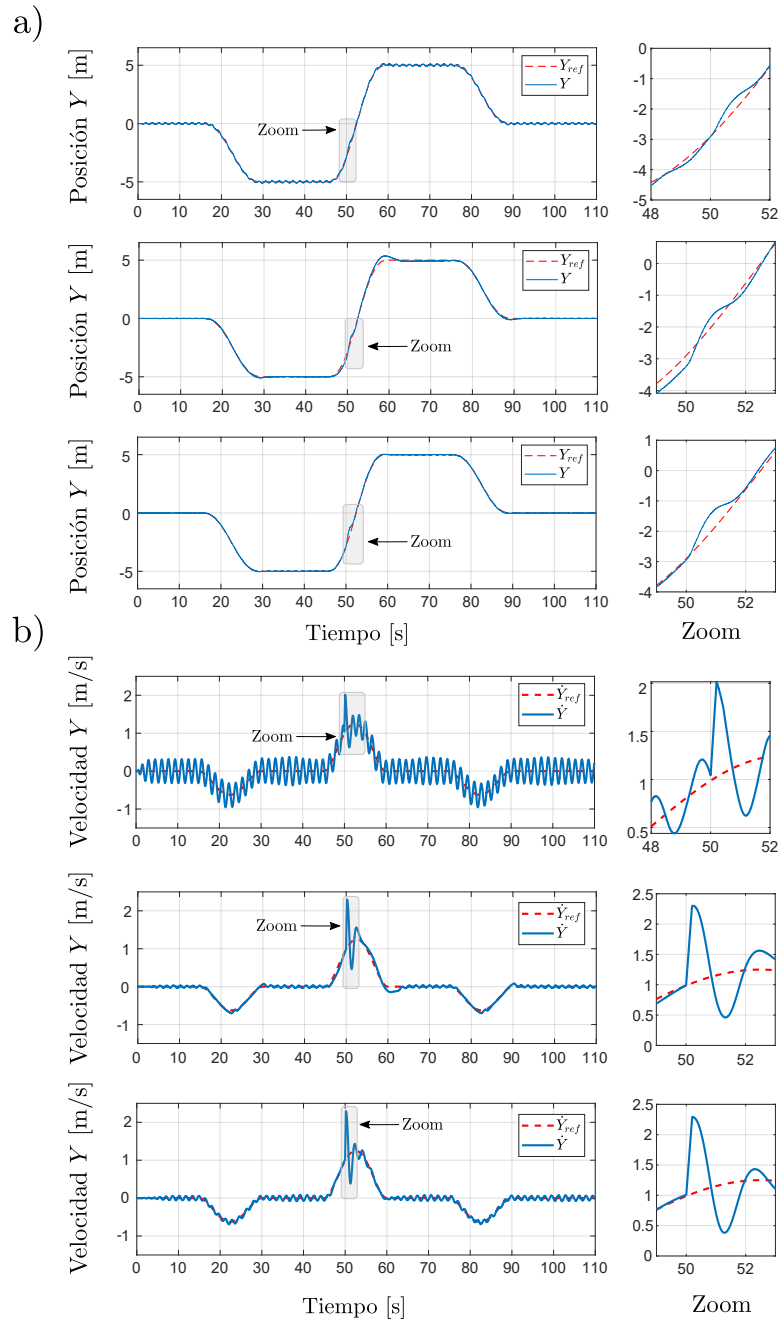


Figura 5.12 Simulación #2) Seguimiento de a) posición y b) velocidad en el eje Y para los controladores SMC, SM-ERL y SM-STM. **Fuente:** Elaboración Propia.

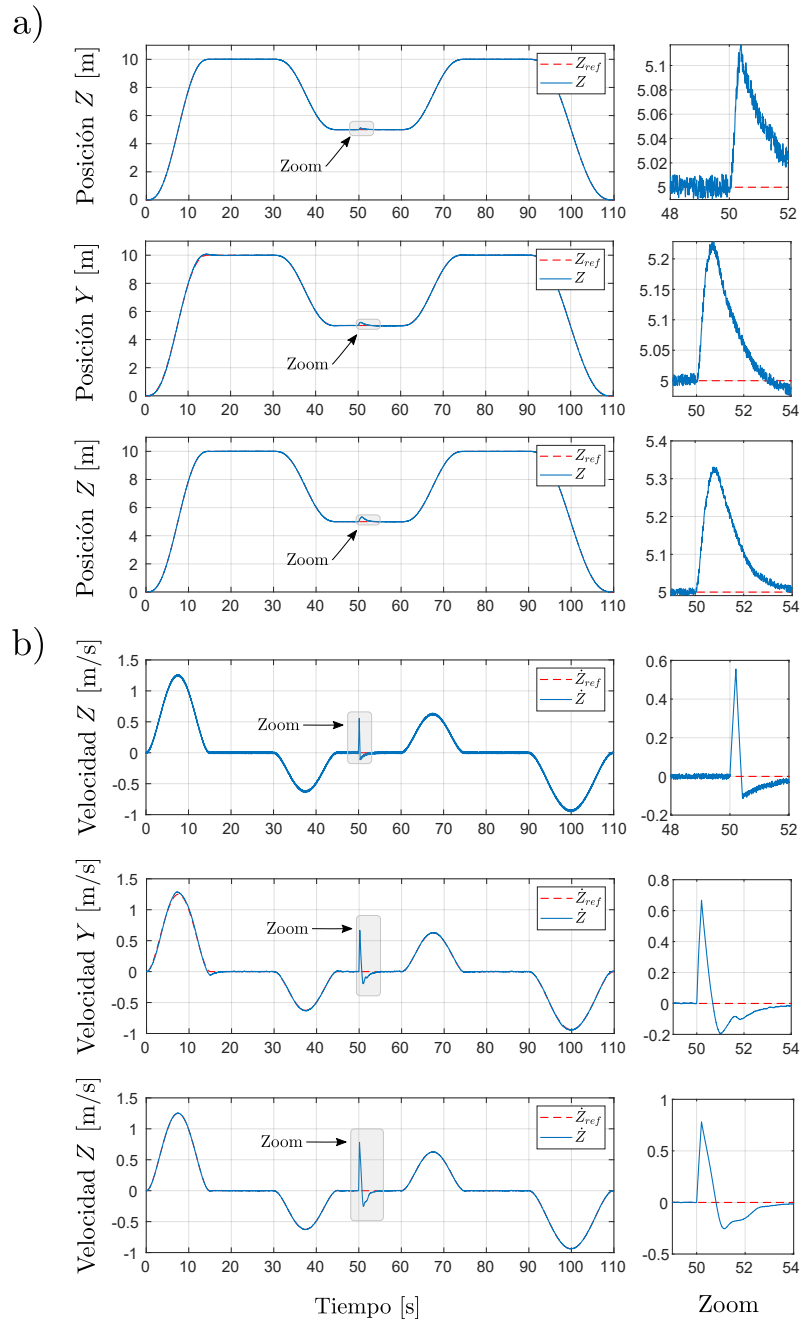


Figura 5.13 Simulación #2) Seguimiento de a) posición y b) velocidad en el eje Z para los controladores SMC, SM-ERL y SM-STM. (Obs: Eje Z invertido) **Fuente:** Elaboración Propia.

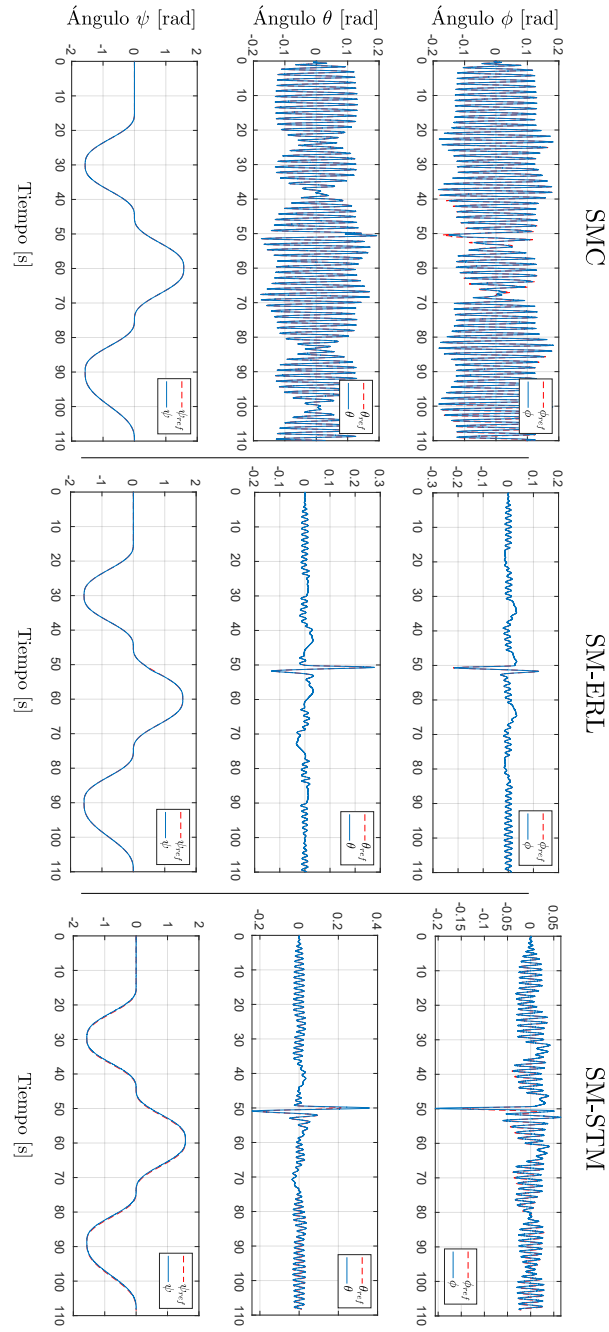


Figura 5.14 Simulación #2) Seguimiento de posiciones y velocidad angulares para los controladores SMC, SM-ERL y SM-STM. **Fuente:** Elaboración Propia.

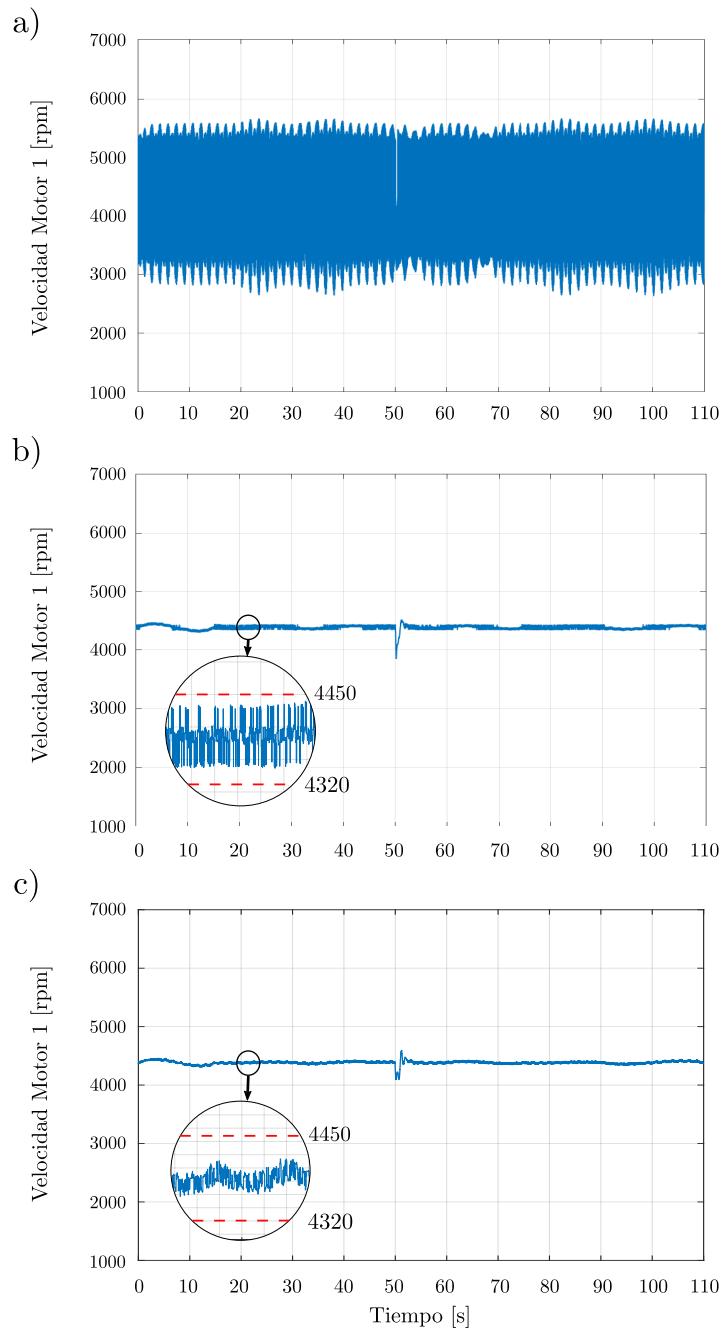


Figura 5.15 Simulación #2) Velocidad angular del motor 1 para el a) controlador SMC, b) controlador SM-ERL y c) controlador SM-STM. **Fuente:** Elaboración Propia.

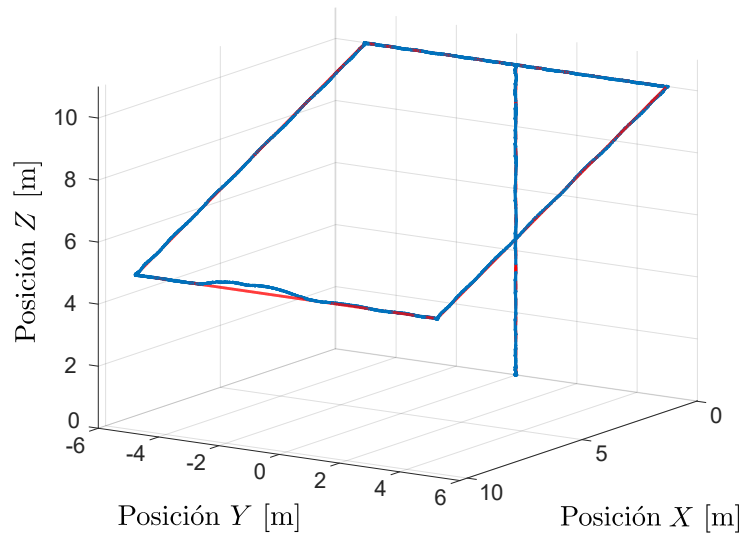


Figura 5.16 Simulación #2) Gráfico tridimensional de seguimiento del controlador SM-STM. (Obs: Eje Z invertido) **Fuente:** Elaboración Propia.

5.2.3 Simulación #3: prueba de seguimiento de trayectoria compleja

En esta simulación se efectúa la respuesta al seguimiento de trayectorias complejas bajo el efecto de incertidumbres variables, este tipo de seguimientos permite a los VANTs realizar aplicaciones específicas que no se pueden realizar con las trayectorias anteriores, tales como enjambre de VANTs o escaneo de estructuras desde diferentes puntos de vista. Esta trayectoria de referencia se genera mediante el uso de curvas paramétricas, la curva seleccionada para esta prueba es del tipo hélice y tiene las siguientes expresiones en posición, velocidad y aceleración:

$$\begin{aligned} q_{ref}(t) &= [X_{ref} \quad Y_{ref} \quad Z_{ref} \quad \psi_{ref}] \\ \dot{q}_{ref}(t) &= [-b \cos(at) \quad -b \sin(at) \quad -ct \quad 0] \\ \ddot{q}_{ref}(t) &= [ab \sin(at) \quad -ab \cos(at) \quad -c \quad 0] \\ \dddot{q}_{ref}(t) &= [a^2 b \cos(at) \quad -a^2 b \sin(at) \quad 0 \quad 0] \end{aligned}$$

con:

$$a = 0.1 \quad b = 4 \quad c = 0.5$$

En esta sección se agregan diferentes incertidumbres al sistema, además de las diferencias entre el modelo del sistema y el controlador, la primera es una variación del 15% de los parámetros de inercia y la segunda es agregar masa variable con respecto a la altura según la siguiente ecuación:

$$\dot{m}(t) = \frac{-0.35}{60} \dot{Z}(t) \quad (5.3)$$

con masa inicial igual a la masa del sistema, esta relación se debe a que a 60 [m] de altura, la masa variará un 35%.

Los resultados en las **Figuras 5.17, 5.18 y 5.22** muestran un excelente seguimiento en las posiciones y velocidades angulares, y las posiciones y velocidades lineales $X - Y$, con algunas oscilaciones según la **Figura 5.20**, pero teniendo en cuenta las incertidumbres agregadas.

Sin embargo la **Figura 5.19** existen variaciones debido a la masa variable. Con ayuda de la **Figura 5.21** se puede visualizar que el controlador SMC posee un gran seguimiento durante la mayor parte de la trayectoria pero a los 105 [s] pierde repentinamente el seguimiento cuando la variación de masa es del 32%, el controlador SM-ERL es el más afectado ya que va perdiendo el seguimiento rápidamente conforme vaya aumentando la

altura desde una variación del 21% de la masa, y el controlador SM-STM, si bien tiene problemas con el seguimiento desde una variación del 20% de la masa, este se efectúa de forma gradual.

Luego en la **Figura 5.23** se muestra una de las componentes del vector de entrada de control que expresa la velocidad angular del motor 1 en [rpm], de los 3 controladores, como se puede ver el efecto del *Chattering* es excesivo en el controlador SMC. Mientras, las respuestas de los controladores SM-ERL y SM-STM son más suaves, incluso teniendo en cuenta la variaciones de masa e inercia, enfocando ambos conjuntos de datos en el segundo 37, se visualiza que los resultados se encuentran en un rango de 4600 [rpm] a 4660 [rpm], con una mejor respuesta del controlador SM-STM dentro de esta región.

En la **Tabla 5.8** se encuentra un resumen de lo detallado anteriormente.

Tabla 5.8 Simulación #3) Resumen de resultados.

Controladores	SMC	SM-ERL	SM-STM
Rango <i>Chattering</i> [rpm]	2600	60	20
Variación masa máxima [kg]	32%	21%	20%

Por último en la **Figura 5.24** se observa el seguimiento tridimensional del VANT aplicando el controlador SM-STM.

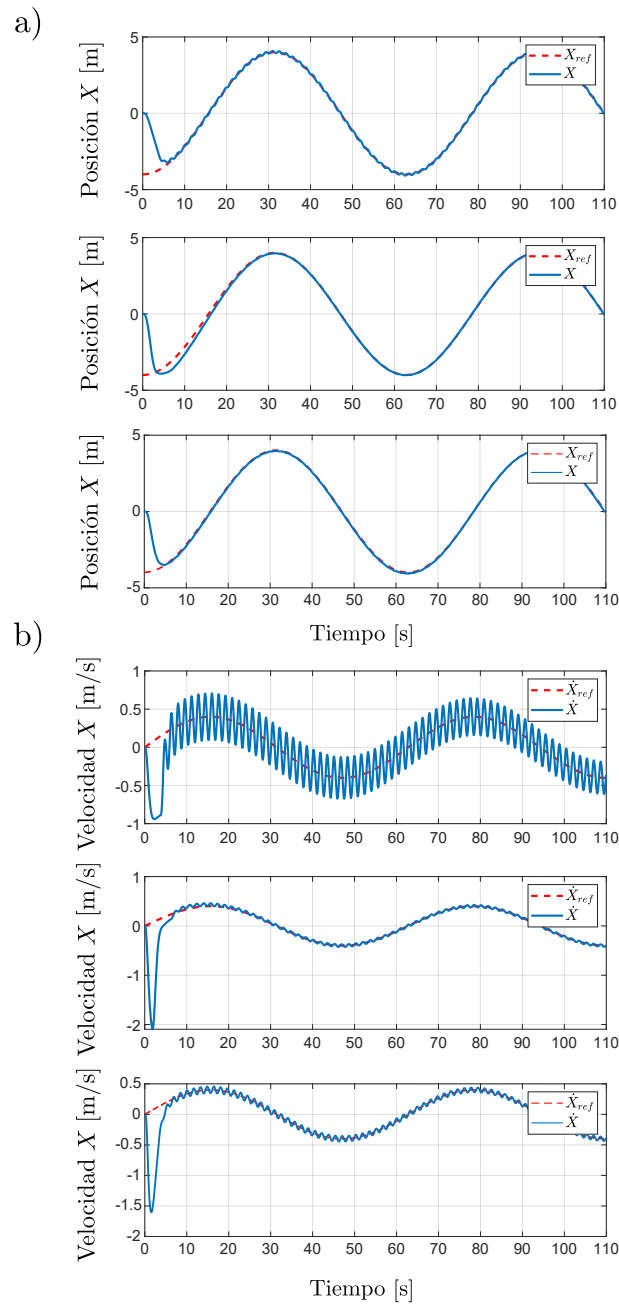


Figura 5.17 Simulación #3) Seguimiento de a) posición y b) velocidad en el eje X para los controladores SMC, SM-ERL y SM-STM. **Fuente:** Elaboración Propia.

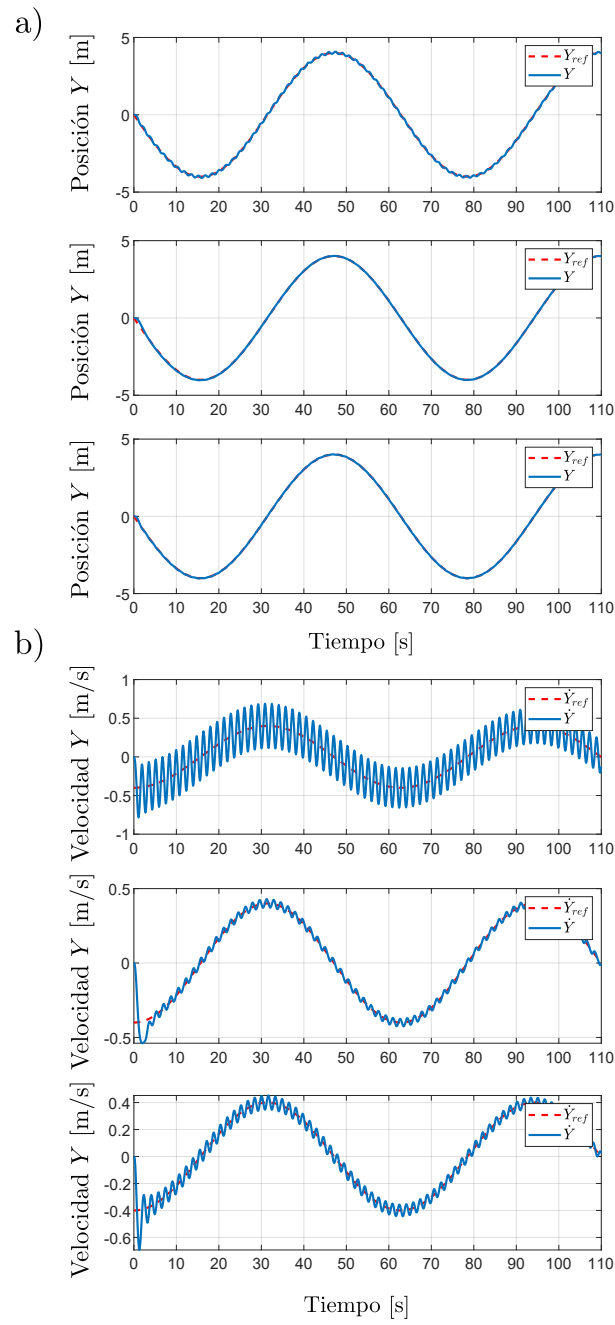


Figura 5.18 Simulación #3) Seguimiento de a) posición y b) velocidad en el eje Y para los controladores SMC, SM-ERL y SM-STM. **Fuente:** Elaboración Propia.

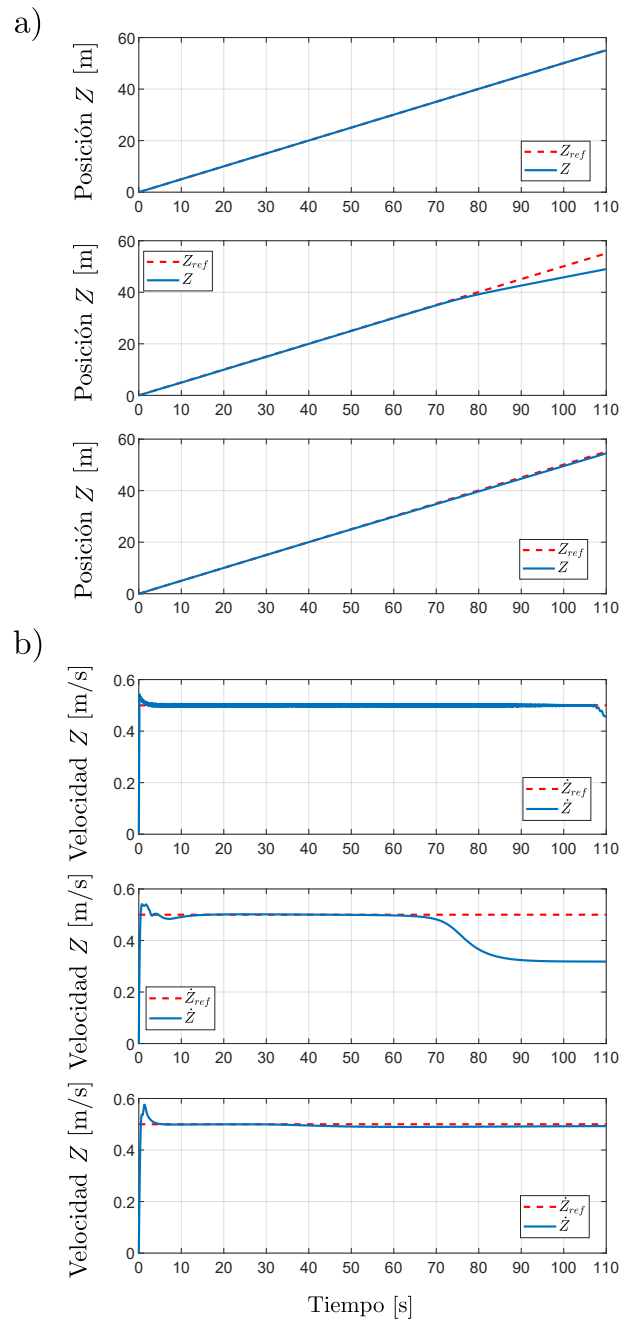


Figura 5.19 Simulación #3) Seguimiento de a) posición y b) velocidad en el eje Z para los controladores SMC, SM-ERL y SM-STM. (Obs: Eje Z invertido) **Fuente:** Elaboración Propia.

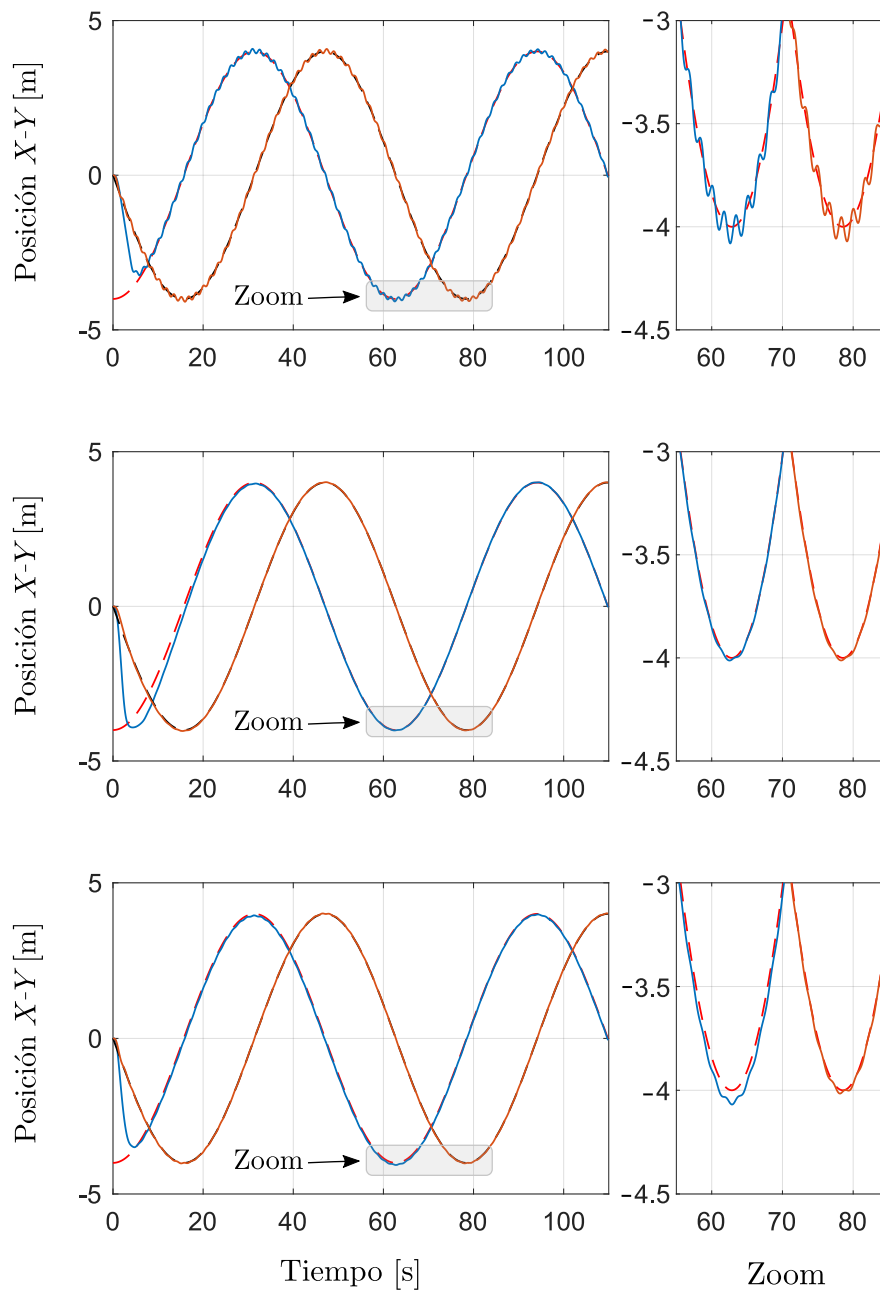


Figura 5.20 Simulación #3) Seguimiento de las posiciones en los ejes $X - Y$ para los controladores SMC, SM-ERL y SM-STM. **Fuente:** Elaboración Propia.

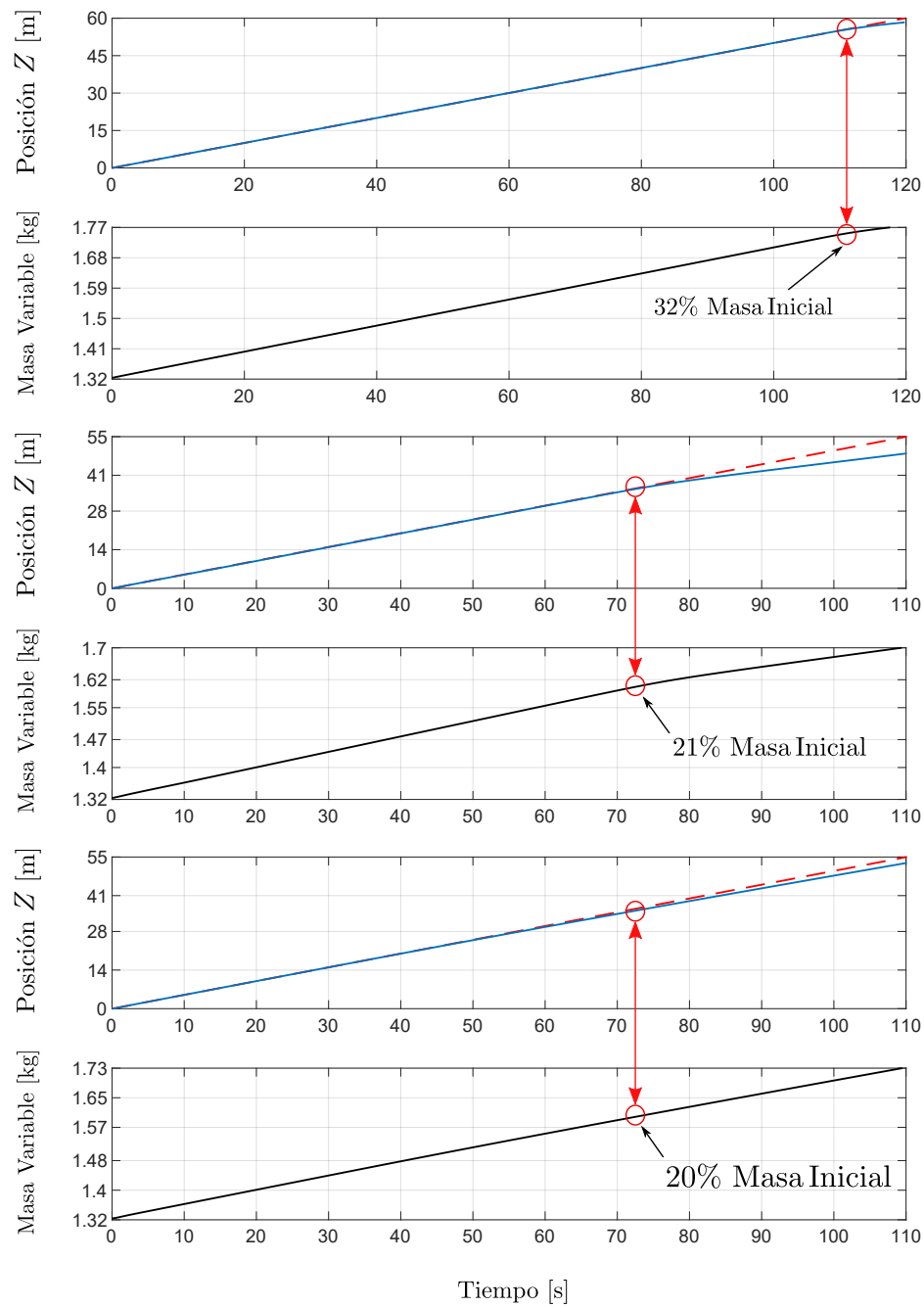


Figura 5.21 Simulación #3) Gráficos de variaciones de la masa respecto a la altura Z para los controladores SMC, SM-ERL y SM-STM. (Obs: Eje Z invertido) **Fuente:** Elaboración Propia.

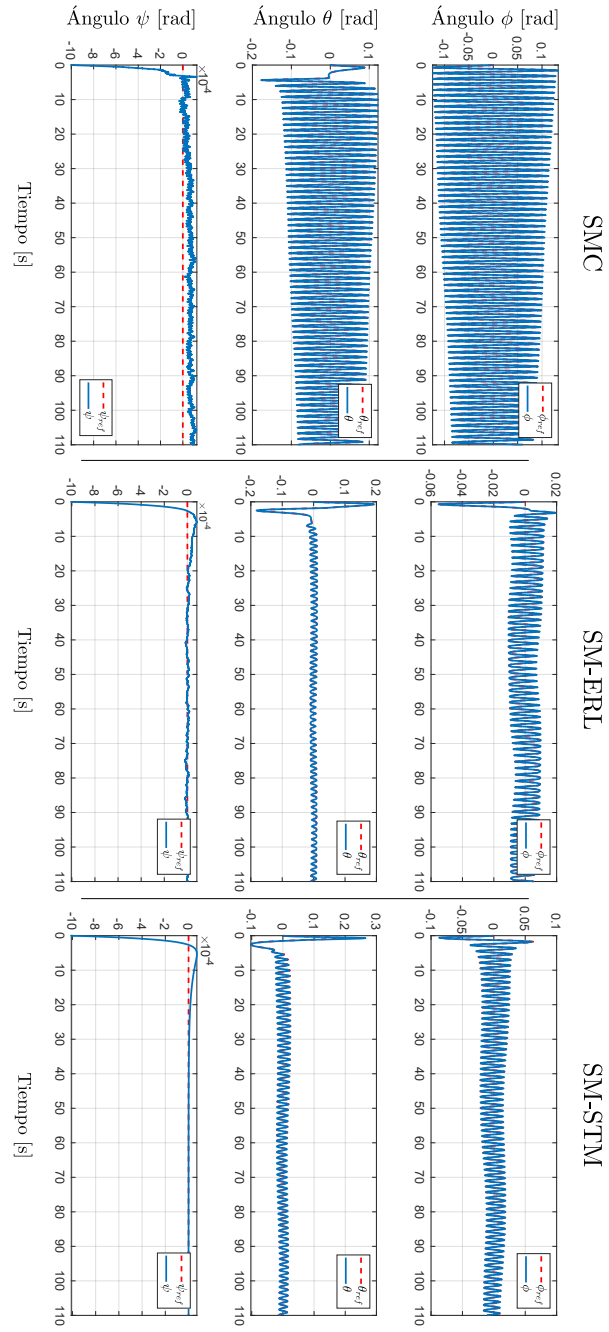


Figura 5.22 Simulación #3) Seguimiento de posiciones y velocidad angulares para los controladores SMC, SM-ERL y SM-STM. **Fuente:** Elaboración Propia.

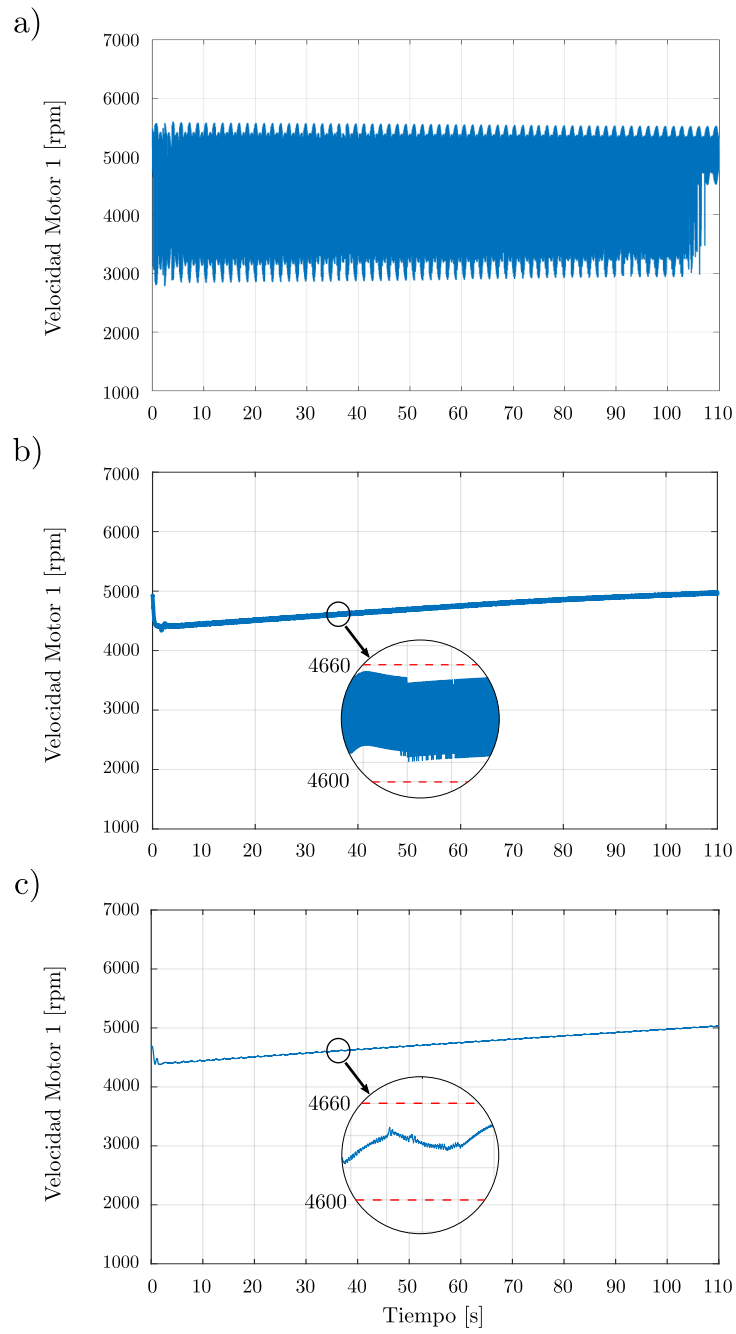


Figura 5.23 Simulación #3) Velocidad angular del motor 1 para el a) controlador SMC, b) controlador SM-ERL y c) controlador SM-STM. **Fuente:** Elaboración Propia.

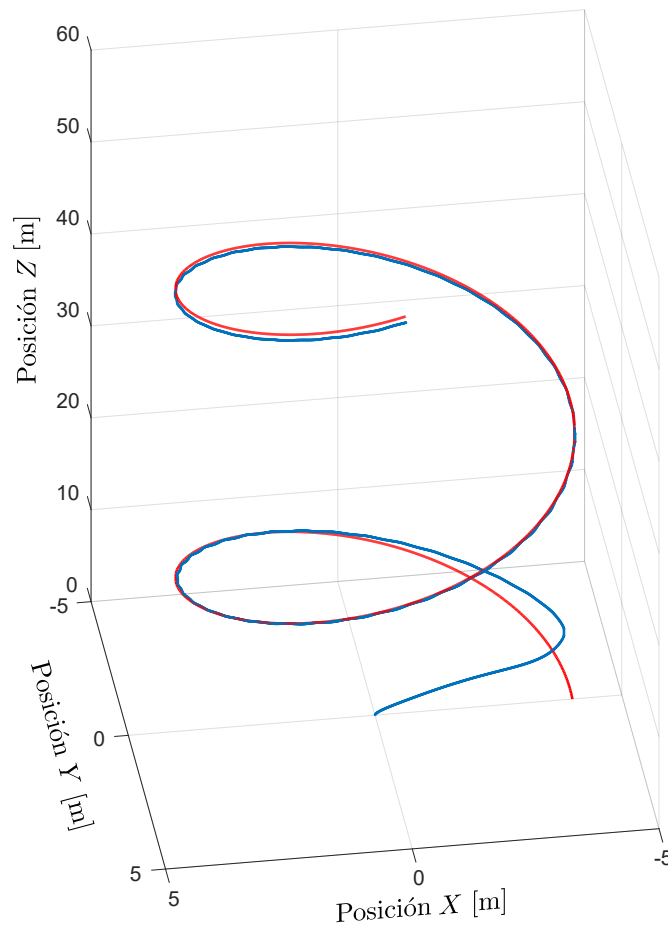


Figura 5.24 Simulación #3) Gráfico tridimensional de seguimiento del controlador SM-STM. (Obs: Eje Z invertido) **Fuente:** Elaboración Propia.

5.3 Análisis de desempeño

El método seleccionado para medir el error de seguimiento de las diferentes simulaciones y controladores es la métrica de la raíz del error cuadrático medio (RMSE, por sus siglas en inglés), que tiene como ecuación:

$$\text{RMSE}(q) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (q - q_{ref})^2}$$

ya que todos los controladores estaban expuestos a las mismas condiciones en cada escenario de simulación, esta métrica se utiliza de forma comparativa.

Los resultados usando el RMSE se pueden ver en las **Tablas 5.9 y 5.10**, donde $\sum_{\text{SIM}}$ representa la raíz del error cuadrático medio por simulación y $\sum_1$ representa la raíz del error cuadrático medio total por controlador.

En la **Figura 5.25** se ve un resumen descriptivo mediante gráficos de barra de la relación entre los valores de RMSE y los rangos de *Chattering* en cada simulación. De esta forma, se puede obtener un rendimiento global teniendo en cuenta cual controlador presenta menor error de seguimiento / menor *Chattering*.

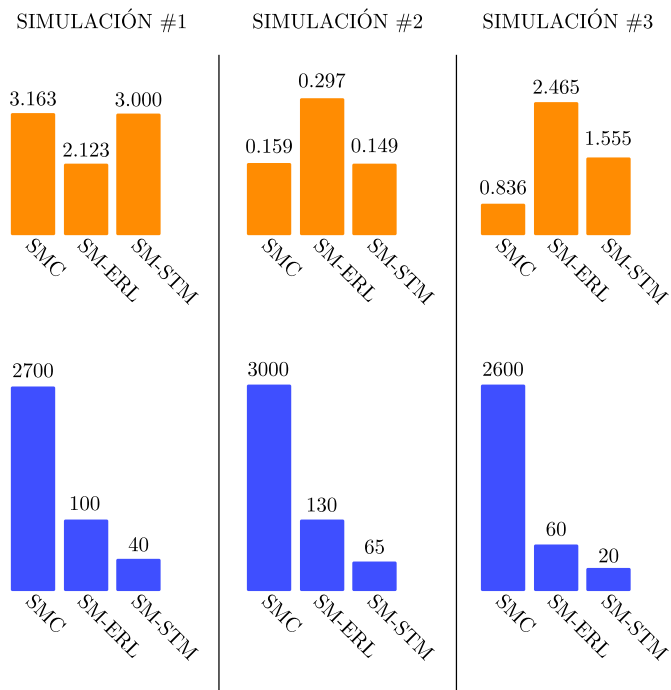
Concluyendo así que el controlador SM-STM presenta mejores prestaciones para el control de sistemas de estructura variables, con la desventaja de la complejidad de calibrado de parámetros. El SM-ERL con un ajuste fino, puede alcanzar mejores rendimientos, pero con sensibilidad a los errores en estado estacionario y el SMC posee un buen funcionamiento para el seguimiento de trayectorias pero con *Chattering* excesivo.

Tabla 5.9 Valores de RMSE para las posiciones $X - Y - Z$.

	SIM	RMSE(X)	RMSE(Y)	RMSE(Z)	$\sum_{\text{SIM}}$	$\sum_1$
SMC	#1	0.055952	0.05468	3.0504	3.161	4.1493
	#2	0.06918	0.073478	0.010207	0.15287	
	#3	0.54331	0.050312	0.24177	0.8354	
SM-ERL	#1	0.0074059	0.0077599	2.106	2.1212	4.8759
	#2	0.15541	0.101	0.033358	0.28977	
	#3	0.48152	0.034419	1.949	2.4649	
SM-STM	#1	0.010942	0.010453	2.9785	2.9999	4.6839
	#2	0.043263	0.057893	0.031355	0.13251	
	#3	0.46069	0.01944	1.0713	1.5515	

Tabla 5.10 Valores de RMSE para las posiciones $\phi - \theta - \psi$.

	SIM	RMSE(ϕ)	RMSE(θ)	RMSE(ψ)	$\sum_{SIM}$	$\sum_1$
SMC	#1	0.0011977	0.00073	0.0006	0.00253	0.01038
	#2	0.005355	0.00070	0.000608	0.00667	
	#3	0.000743	0.00035	9.0776e-05	0.00118	
SM-ERL	#1	0.0007	0.0006	0.0006	0.00201	0.018643
	#2	0.00114	0.00162	0.00521	0.007983	
	#3	0.00027	0.000518	6.8049e-05	0.000865	
SM-STM	#1	0.00063	0.00062	0.000613	0.00186	0.022624
	#2	0.00536	0.01046	0.0008081	0.016637	
	#3	0.000737	0.0033	6.6286e-05	0.0041	

**Figura 5.25** Rendimiento de los controladores en gráficos de barras. En naranja los valores de RMSE y en azul los rangos de *Chattering*. **Fuente:** Elaboración Propia.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

6.1 Conclusiones

En este TFM se ha conseguido realizar un estudio tanto teórico como de simulación de algoritmos de control no lineal aplicados a un VANT quadrotor. Las principales contribuciones y conclusiones se resumen a continuación:

- Se ha presentado la evolución histórica de los VANTs desde sus orígenes hasta la fecha y la clasificación de los VANTs teniendo como parámetros su peso, autonomía, número de hélices y finalidad. Asimismo, se ha presentado el estado del arte del modelo matemático y control de los VANTs.
- La estructura de controladores en cascada para los tres (3) algoritmos de control no lineales seleccionados se acopló al modelo matemático no lineal del VANT propuesto, pudiendo realizar las simulaciones numéricas y calibrar las ganancias para los vuelos de forma estable, esto es debido también a que se presentaron los análisis de estabilidad de Lyapunov respectivos, para cada controlador.

- Los algoritmos de control se ejecutaron en tres (3) simulaciones, cada una con perturbaciones e incertidumbres diferentes, dando excelentes resultados en el seguimiento de trayectorias ya sea punto a punto o trayectorias complejas. Gracias a estas simulaciones se obtuvieron un gran cantidad de resultados para realizar diferentes análisis.
- El análisis exhaustivo de los datos generados por las simulaciones numéricas fueron concluyentes y se utilizaron diferentes métricas, tanto matemáticas como visuales, comúnmente empleadas para medir el desempeño de estos algoritmos.
- Las actividades realizadas durante el desarrollo de esta Maestría han dado como resultado varios artículos en conferencias internacionales y nacionales. La **Tabla 6.1** contiene un resumen de los artículos.

Tabla 6.1 Resumen de los logros obtenidos durante la Maestría.

Producción/Actividad	Número
Artículos de conferencia internacional como autor principal	3
Artículos de conferencia internacional/nacional como coautor	1
Participación en proyectos de I+D	1
Conferencias/Charlas como expositor	2
Revisión de artículos científicos	1

6.2 Trabajos Futuros

- Implementar algoritmos de optimización sobre las funciones de Lyapunov obtenidas para encontrar mejores respuestas de los controladores.
- Combinar los algoritmos de control no lineales con otros tipos de controladores, estudiando el desempeño de forma híbrida.
- Proponer nuevas superficies de deslizamiento o modos deslizantes.
- Implementar los algoritmos propuestos en el presente TFM en un VANT quadrotor de investigación.

A

PUBLICACIONES

En esta sección se realiza una recopilación de los artículos publicados en el marco de este TFM, en el siguiente orden:

1. **E. Paiva**, J. Rodas, Y. Kali, R. Gregor and M. Saad, "Robust Flight Control of a Tri-Rotor UAV based on Modified Super-Twisting Algorithm," 2019 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Atlanta, GA, USA, 2019, pp. 551-556, doi: 10.1109/ICUAS.2019.8797742.
2. **E. Paiva** et al., "Cascade First and Second Order Sliding Mode Controller of a QuadRotor UAV based on Exponential Reaching Law and Modified Super-Twisting Algorithm," 2019 Workshop on Research, Education and Development of Unmanned Aerial Systems (RED UAS), Cranfield, United Kingdom, 2019, pp. 100-105, doi: 10.1109/REDUAS47371.2019.8999711.
3. **E. Paiva** et al., "Sliding Mode Current Control with Luenberger Observer applied to a Three Phase Induction Motor," The 5th International Conference on Renewable Energy in Developing Countries REDEC 2020, Marrakech, Morocco, 2020.

A.1 Artículo 1

Robust Flight Control of a Tri-Rotor UAV based on Modified Super-Twisting Algorithm

Enrique Paiva¹, Jorge Rodas¹, Yassine Kali², Raul Gregor¹ and Maarouf Saad²

Abstract—In this paper, a nonlinear controller for finite-time high-accuracy position and attitude tracking trajectory has been proposed for a tri-rotor unmanned aerial vehicle affected by disturbances. The proposed method is the super-twisting control algorithm supported by two closed-loop feedback regulation based on a proportional-integral-derivative switching surface. This algorithm is one of the most effective algorithms of second order sliding mode due to its robustness, high precision, finite-time convergence when the trajectories of the controlled system are far from the switching surface. The proposed controller also offers a chattering reduction or elimination, which is the main drawback of sliding mode controllers. Stability conditions are presented based on Lyapunov theory. Numerical simulations are performed on the considered tri-rotor to prove the efficiency of the proposed nonlinear method.

I. INTRODUCTION

Nowadays, the number of applications using Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) has exponentially grown. Indeed, UAVs are operating in indoor and outdoor environments that are subject to numerous disturbances. Among the applications where UAVs are employed, we quote search and rescue, marine operations, visual inspection, construction, border detection and others [1]–[5]. The control of flight robotic systems is becoming one of the most coveted field of research as the number of applications is always increasing and the required performances are highly demanding.

As all nonlinear dynamical systems, UAVs are subject to unknown dynamics, with uncertainties arising from the variation of the mass and disturbances that may result from environmental variations such as wind [6]–[8]. Moreover, UAV systems belong to a specific class of second-order systems called underactuated systems. For this class of systems, the number of degrees of freedom is greater than the number of independent control inputs (in the case of the considered tri-rotor, the number of degrees of freedom is equal to six while the number of independent control inputs is equal to four).

To perform tracking and/or a stabilization of UAVs, many control methods have been developed in the literature, among them, backstepping [9], [10], feedback linearization [11], [12], Sliding Mode (SM) control [13] and others. The most

powerful one against uncertainties is SM. Moreover, this latter allows the convergence [14] of the switching surface to zero in finite-time by using switching control inputs. However, in order to guarantee the proper functioning of this method, the switching control signals are chosen to be high. Hence, it causes the phenomenon of chattering which represents the major problem that limits the implementation of the classical SM [15]. This phenomenon can lead to undesirable performances in the case where the actuators of the controlled system are able to deal with the high frequency of the chattering.

As said before, the aforementioned problem limits the practical implementation of the SM method. For this reason, many developed methods have tried to eliminate or at least to reduce the chattering [16]–[19]. One of the proposed solution that attracts the community of control researchers is the Higher Order SM (HOSM) and especially the Second Order SM (SOSM) for second order systems [20]. The aim of SOSM is to ensure that the switching term does not act on the control input, but on its first derivative. Thus, it makes the control input continuous [21], [22].

In literature, the SOSM has been extensively used for UAVs [23]–[27]. However, its practical implementation is still limited because of the required information in terms of derivative of the sliding surface that is often unmeasurable. To solve this problem, the well-known Super-Twisting Algorithm (STA) has been proposed [28]–[34]. This latter ensures higher precision, robustness against a wide class of perturbations and finite time convergence. In addition, the STA doesn't need the measurements of the derivative of the selected switching surface. Nonetheless, the convergence time is slow when the trajectories of the controlled system are far from the switching surface [35]. This is undesirable for robotic systems requiring critical convergence time.

In order to decrease the time of convergence, an improved STA with double closed-loop feedback regulation has been developed and successfully tested to control a DC servo system [36] and to control the attitude of a tri-rotor UAV [37]. To the authors' best knowledge, this proposed algorithm has never been tested for both position and attitude trajectory tracking of a UAV system and even less for a tri-rotor system. In this work, the improved STA based on a PID switching surface to increase the speed of convergence will be designed for both finite-time position and attitude trajectory tracking of a tri-rotor UAV system suffering from uncertainties and disturbances.

The present paper is divided into five sections as follows. In the second section, the position and attitude mathematical

¹Enrique Paiva, Jorge Rodas and Raul Gregor are with the Laboratory of Power and Control Systems, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Asunción, Luque, Paraguay. engapaga222@hotmail.com, jrodas@ing.una.py, rgregor@ing.una.py

²Yassine Kali and Maarouf Saad are with the Department of Electrical Engineering, École de Technologie Supérieure, Montreal, QC H3C 1K3, Canada. y.kali88@gmail.com, maarouf.saad@etsmtl.ca

models of the studied tri-rotor UAV are presented. In Section III, the improved STA is detailed for the position and attitude trajectory tracking in the presence of perturbations and unknown dynamics. In section IV, numerical simulations are conducted on the studied drone to show the efficiency of the chosen STA supported by a double closed-loop feedback regulation. The conclusion is drawn in the last section.

II. TRI-ROTOR UAV MODEL

The system under study shown in Fig. 1 consists of a tri-rotor UAV. The simplified position model of the considered tri-rotor can be expressed as follows:

$$\ddot{X} = [\cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi) + \sin(\phi) \sin(\psi)] \frac{\tau_1}{m} \quad (1)$$

$$\ddot{Y} = [\cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) - \sin(\phi) \cos(\psi)] \frac{\tau_1}{m} \quad (2)$$

$$\ddot{Z} = g + [\cos(\phi) \cos(\theta)] \frac{\tau_1}{m} \quad (3)$$

where X , Y and Z denote the inertial position of an UAV (North, East and Down), τ_1 is the vertical force generated by the propellers, g is the constant of gravity, m is the mass of the tri-rotor and ϕ , θ , ψ represent the Euler angles: roll ϕ , pitch θ and yaw ψ , respectively. The attitude model can be expressed by:

$$\ddot{\Theta} = (JW)^{-1} (\tau - J \dot{W} \dot{\Theta} - (W \dot{\Theta} \times J W \dot{\Theta})) \quad (4)$$

where $\Theta = [\phi, \theta, \psi]^T$ denotes the vector of Euler angles, $J = \text{diag}(J_x, J_y, J_z)$ represents the inertia matrix, $\tau = [\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi]^T$ is the torque vector with its roll, pitch and yaw components, $W \in R^{3 \times 3}$ denotes the Euler matrix and $\dot{W}$ is its time derivative. The matrix W is given by:

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & \cos(\theta) \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\theta) \cos(\phi) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

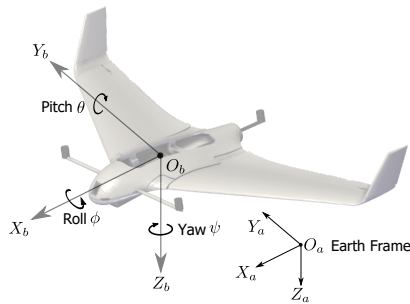


Fig. 1. Tri-rotor UAV.

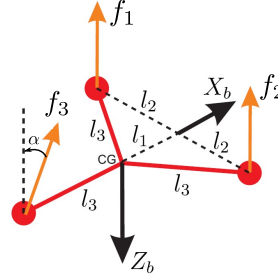


Fig. 2. Forces diagram of the tri-rotor UAV.

The control torque inputs are linked to the forces by the following equation:

$$\begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \\ \tau_1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} l_2 & -l_2 & 0 & 0 \\ l_1 & l_1 & 0 & -l_3 \\ 0 & 0 & -l_3 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}}_F \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \sin(\alpha) \\ f_3 \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (6)$$

where f_1 , f_2 and f_3 represent the thrust produced by the three rotors, α denotes the tilting angle of the rear rotor, l_1 , l_2 and l_3 represent the lengths depicted in Fig. 2.

Hence, each force and tilting angle is obtained using the inverse of the above equation as:

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \sin(\alpha) \\ f_3 \cos(\alpha) \end{bmatrix} = F^{-1} \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \\ \tau_1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Then, equations (1)-(4) can be represented as follows:

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1 = \eta_2, \\ \dot{\eta}_2 = A(\eta) + B(\eta) u + h. \end{cases} \quad (8)$$

where $\eta = [\eta_1^T, \eta_2^T]^T$ is the state variables vector with $\eta_1 = [X, Y, Z, \phi, \theta, \psi]^T$ and $h \in R^6$ represents the uncertain vector that can be provided by the unmodeled dynamics or the wind disturbances. Based on (1)-(4), the following equivalences are given:

$$A(\eta) = \begin{bmatrix} A_1(\eta) \\ A_2(\eta) \end{bmatrix}$$

$$B(\eta) = \begin{bmatrix} B_1(\eta) & 0_{2 \times 4} \\ 0_{4 \times 2} & B_2(\eta) \end{bmatrix}$$

$$u = [\cos(\phi) \sin(\theta), \sin(\phi), \tau_1, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi]^T.$$

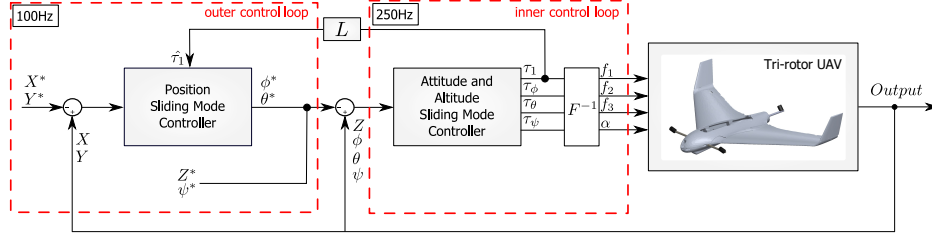


Fig. 3. Block diagram of the closed-loop tri-rotor UAV.

with:

$$A_1(\eta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2(\eta) = \begin{bmatrix} -(JW)^{-1} (J\dot{W}\dot{\Theta} + (W\dot{\Theta} \times JW\dot{\Theta})) \end{bmatrix}$$

$$B_1(\eta) = \frac{\hat{\tau}_1}{m} \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ \sin(\psi) & -\cos(\psi) \end{bmatrix}$$

$$B_2(\eta) = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} (\cos(\phi) \cos(\theta)) & 0_{1 \times 3} \\ 0_{3 \times 1} & (JW)^{-1} \end{bmatrix}.$$

In the control matrix $B_1(\eta)$, $\hat{\tau}_1$ represents the delayed vertical force obtained as follows:

$$\hat{\tau}_1(t) = \tau_1(t - L),$$

being L the time delay which is selected in practice to be the sampling time.

III. PROPOSED CONTROLLER

The proposed controller consists of a cascade modified STA based on a PID sliding surface. The faster control loop is formed by the altitude and attitude controllers, while the slower control loop is the UAV position controller that generates the reference signals as shown in Fig. 3. In what follows, the control law that will force the system state η_1 to follow with high precision the defined vector of desired references $\eta_1^* = [X^*, Y^*, Z^*, \phi^*, \theta^*, \psi^*]^T$ with ϕ^* and θ^* are obtained as follows:

$$\begin{bmatrix} \phi^* \\ \theta^* \end{bmatrix} = \sin^{-1} \left(\begin{bmatrix} u_2 \\ u_1 / \cos(\sin^{-1}(u_2)) \end{bmatrix} \right)$$

will be derived based on the following assumptions:

- **Assumption 1:** The desired references $(\phi^*, \theta^*, \psi^*)$ and their respective first and second time derivatives are known, bounded and limited to:

$$\frac{-\pi}{9} < \phi^* < \frac{\pi}{9}, \quad \frac{-\pi}{9} < \theta^* < \frac{\pi}{9}, \quad -\pi < \psi^* < \pi.$$

- **Assumption 2:** The Euler angles are limited to:

$$\frac{-\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}, \quad \frac{-\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}, \quad -\pi < \psi < \pi.$$

- **Assumption 3:** The control torque generated by altitude/attitude controller are limited to:

$$10 < \tau_1 < 50, \quad -5 < \tau_\phi < 5,$$

$$-5 < \tau_\theta < 5, \quad -5 < \tau_\psi < 5.$$

Based on all these assumptions, the functions h_i for $i = 1, \dots, 6$ are globally Lipschitz [38]:

$$|h_i(t)| \leq \Delta H_i$$

where $\Delta H_i > 0$ represents the Lipschitz constant.

The trajectory tracking error is represented by $e = \eta_1 - \eta_{1d}$ and the sliding surface selected in this paper is:

$$S = \dot{e} + K_p e + K_I \int_0^t e dt \quad (9)$$

where $K_p = \text{diag}(K_{pi})$ and $K_I = \text{diag}(K_{Ii})$ for $i = 1, \dots, 6$ are diagonal positive definite matrices. Then, using (8) equation, the first time derivative of the above sliding surface can be determined as follows:

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \ddot{e} + K_p \dot{e} + K_I e \\ &= \dot{\eta}_2 - \ddot{\eta}_1^* + K_p \dot{e} + K_I e \\ &= A(\eta) + B(\eta) u - \ddot{\eta}_1^* + K_p \dot{e} + K_I e. \end{aligned} \quad (10)$$

Hence, the modified STA controller is obtained by resolving the following equations:

$$\begin{cases} \dot{S} = -K_1 \text{sig}(S) - K_2 S + \varpi \\ \dot{\varpi} = -K_3 \text{sign}(S) - K_4 \varpi \end{cases} \quad (11)$$

where $\text{sig}(S) = [|S_1|^{0.5} \text{sign}(S_1), \dots, |S_6|^{0.5} \text{sign}(S_6)]$, K_1 , K_2 , K_3 and K_4 are diagonal positive matrices and $\text{sign}(S) = [\text{sign}(S_1), \dots, \text{sign}(S_6)]^T$ with:

$$\text{sign}(S_i) = \begin{cases} 1, & \text{if } S_i > 0, \\ 0, & \text{if } S_i = 0, \\ -1, & \text{if } S_i < 0. \end{cases} \quad (12)$$

Theorem 3.1: Consider the position and attitude of the dynamic model of the uncertain tri-rotor UAV (8). Then, the proposed modified STA controller with double closed-loop feedback regulations based on the PID sliding surface is obtained by solving (11) using (10) as follows:

$$u = -B(\eta)^{-1} (A(\eta) + v) \quad (13)$$

where v is defined by:

$$v = -\ddot{x}_1^* + K_p \dot{e} + K_I e + K_1 \text{sig}(S) + K_2 S - \varpi \quad (14)$$

ensures finite-time trajectory tracking if the four elements of each matrix of the matrices K_1 , K_2 , K_3 and K_4 are chosen as follows:

$$\begin{aligned} K_{1i} &= \gamma K_{3i}, \\ K_{2i} &= \beta K_{4i}, \\ K_{4i} &> 0 \\ K_{3i} &> \max\{C1, C2\} \end{aligned} \quad (15)$$

where:

$$\begin{aligned} \gamma &> \frac{|\beta - 2|}{\sqrt{2}\beta}, \quad \gamma \neq 2, \quad \beta > 0, \\ C1 &= \frac{\Delta H_i^2}{\gamma\beta} + \frac{4}{\gamma^3\beta} \\ C2 &= \frac{32 + \gamma^3\beta^2 - 8\gamma^2\beta + 8\gamma^2\Delta H_i^2 - 4\gamma^3\Delta H_i^2}{4\gamma^3\beta(2 - \gamma)} \end{aligned}$$

Proof. Refer to the demonstration in [37].

IV. SIMULATION RESULTS

In this section, the software used is Matlab/Simulink and simulation results are presented to evaluate the performance and the robustness of the proposed method. The controller is simulated with the position and attitude mathematical model of the studied tri-rotor UAV. Its physical parameters are listed in Table I.

TABLE I
PHYSICAL PARAMETERS OF THE TRI-ROTOR UAV.

Parameters	Value
Mass, m	3.8 Kg
Moment of inertia, J_x	0.111132 Kg.m ²
Moment of inertia, J_y	0.13282 Kg.m ²
Moment of inertia, J_z	0.249039 Kg.m ²
Length, l_1	0.275 m
Length, l_2	0.42 m
Length, l_3	0.502 m
Gravity, g	9.81 m.s ⁻²

For the position tracking simulation, the initial states are chosen to be $X(0) = Y(0) = Z(0) = 0$ m, $\phi(0) = \theta(0) = \psi(0) = 0$ rad, while the desired trajectories are $X^*(t) = 5$ m, $Y^*(t) = -5$ m, $Z^*(t) = 10$ m and $\psi^*(t) = 0$ rad. For this scenario, the chosen controller gains for position and attitude/attitude controller are given in Table II.

TABLE II
PROPOSED CONTROLLER GAINS.

Gains	Value
K_p	diag(1, 1, 10, 5, 5, 5)
K_I	diag(0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01)
K_1	diag(0.38, 0.38, 0.15, 0.031, 0.031, 0.031)
K_2	diag(1.5, 7.5, 7.5, 7.5)
K_3	diag(2, 2, 1.5, 0.31, 0.31, 0.31)
K_4	diag(0.2, 0.2, 1, 5, 5, 5)

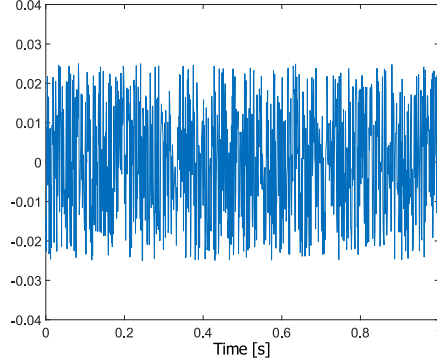


Fig. 4. Disturbances on each position and each Euler Angle of UAV.

The selected time delay is $L = 0.006$ s, considering the sampling frequency of inner control loop is 250 Hz and outer loop control 100 Hz, commonly used in practice. For this simulation, we added disturbance on each state variable, namely Euler angle and inertial position, as shown in Fig. 4.

A. Position Tracking

Figures 5 and 6 show the inertial position tracking and 3D visualization. Quantitative analysis has been performed by using the Mean Squared Error (MSE) for the analysis of the tracking performances computed by the following equation:

$$\text{MSE}(p, p^*) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (p - p^*)^2 \quad (16)$$

where N represents the number of analyzed samples, p and p^* denote respectively the measured position and the known desired position. By analyzing the tracking of each position between 9 to 11 s the following MSE results are obtained 6.2038×10^{-3} , 4.0354×10^{-3} , 5.7224×10^{-4} for X , Y and Z axis, respectively, which demonstrate an excellent performance of the proposed controller.

B. Attitude Tracking

The roll, pitch and yaw angles attitude tracking and the corresponding applied control torque inputs are shown in the Figures 7 and 8. The tracking performances are acceptable and can be improved by choosing others gains parameters in both controllers.

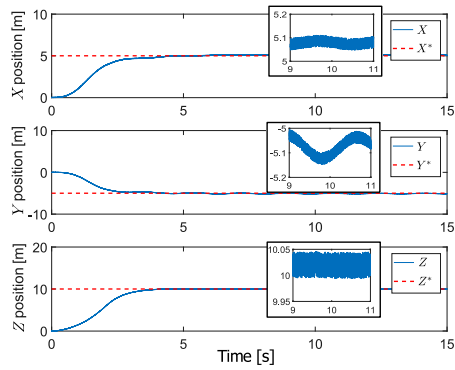


Fig. 5. Simulation results of finite-time position tracking.

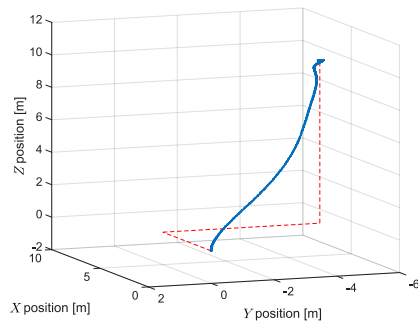


Fig. 6. 3D position tracking.

V. CONCLUSIONS

In this work, a nonlinear robust nonlinear method based on a super-twisting algorithm with double closed-loop feedback regulation and a proportional-integral-derivative switching surface has been proposed. This latter has been validated successfully on a tri-rotor UAV system for an external position control loop and with an inner altitude and attitude loop. The simulation results showed that high performances with a great robustness against the effects of the uncertainties and lower chattering have been ensured.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to thank to the Paraguayan Government for the financial support through the Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) research project (PINV15-0136).

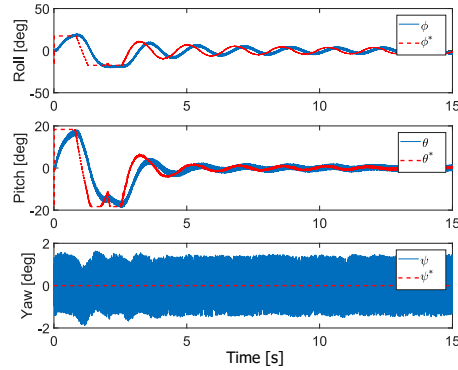


Fig. 7. Simulation results of finite-time attitude tracking .

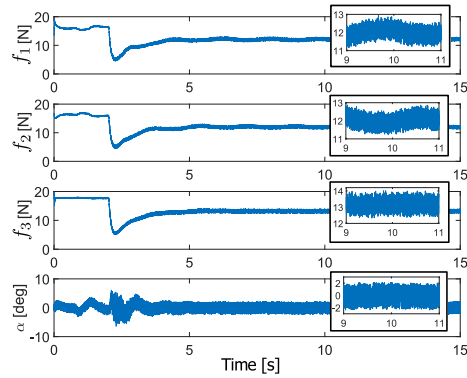


Fig. 8. Simulation results of control inputs.

REFERENCES

- [1] F. Nex and F. Remondino, "UAV for 3d mapping applications: a review," *Applied Geomatics*, vol. 6, no. 1, pp. 1–15, Mar 2014.
- [2] S. Sankaran, L. R. Khot, C. Z. Espinoza, S. Jarolmasjed, V. R. Sathuvalli, G. J. Vandemark, P. N. Miklas, A. H. Carter, M. O. Pumphrey, N. R. Knowles, and M. J. Pavak, "Low-altitude, high-resolution aerial imaging systems for row and field crop phenotyping: A review," *European Journal of Agronomy*, vol. 70, pp. 112 – 123, 2015.
- [3] A. Segales, R. Gregor, J. Rodas, D. Gregor, and S. Toledo, "Implementation of a low cost UAV for photogrammetry measurement applications," in *ICUAS, International Conference on Unmanned Aircraft Systems*, June 2016, pp. 926–932.
- [4] K. K. Singh and A. E. Frazier, "A meta-analysis and review of unmanned aircraft system (UAS) imagery for terrestrial applications," *International Journal of Remote Sensing*, vol. 0, no. 0, pp. 1–21, 2018.
- [5] E. Paiva, M. Llano, J. Rodas, R. Gregor, J. Rodriguez-Pineiro, and M. Gomez-Redondo, "Design and implementation of a VTOL flight transition mechanism and development of a mathematical model for a tilt rotor," in *IEEE ICA-ACCA, International Conference on*

- Automation /Congress of Chilean Association of Automatic Control*, 2018, pp. 1–6.
- [6] J. M. Pflimlin, P. Soueres, and T. Hamel, "Hovering flight stabilization in wind gusts for ducted fan UAV," in *CDC, IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 4, Dec 2004, pp. 3491–3496.
 - [7] S. Yang and B. Xian, "Trajectory tracking control design for the system of a quadrotor UAV with a suspended payload," in *CCC, Chinese Control Conference*, July 2017, pp. 777–782.
 - [8] N. Ceccarelli, J. J. Enright, E. Frazzoli, S. J. Rasmussen, and C. J. Schumacher, "Micro UAV path planning for reconnaissance in wind," in *ACC, American Control Conference*, July 2007, pp. 5310–5315.
 - [9] B. Ahmed, H. R. Pota, and M. Garratt, "Flight control of a rotary wing UAV using backstepping," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 20, no. 6, pp. 639–658, 2006.
 - [10] D. Lee, C. Ha, and Z. Zuo, "Backstepping control of quadrotor-type UAVs and its application to teleoperation over the internet," in *Intelligent Autonomous Systems 12*, S. Lee, H. Cho, K.-J. Yoon, and J. Lee, Eds. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013, pp. 217–225.
 - [11] H. Voos, "Nonlinear control of a quadrotor micro-UAV using feedback-linearization," in *ICMA, International Conference on Mechatronics*, April 2009, pp. 1–6.
 - [12] Q. L. Zhou, Y. Zhang, C. A. Rabbath, and D. Theilliol, "Design of feedback linearization control and reconfigurable control allocation with application to a quadrotor UAV," in *SysTol, Conference on Control and Fault-Tolerant Systems*, Oct 2010, pp. 371–376.
 - [13] K. Runcharoon and V. Srichatrapimuk, "Sliding mode control of quadrotor," in *TAECE, International Conference on Technological Advances in Electrical, Electronics and Computer Engineering*, May 2013, pp. 552–557.
 - [14] V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi, *Sliding mode control in electromechanical systems*. Taylor-Francis, 1999.
 - [15] I. Boiko and L. Fridman, "Analysis of chattering in continuous sliding-mode controllers," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, pp. 1442–1446, 2005.
 - [16] D. Lee, H. Jin Kim, and S. Sastry, "Feedback linearization vs. adaptive sliding mode control for a quadrotor helicopter," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 7, no. 3, pp. 419–428, Jun 2009.
 - [17] M. Tseng and M. Chen, "Chattering reduction of sliding mode control by lowpass filtering the control signal," *Asian Journal of Control*, vol. 12, no. 3, pp. 392–398, 2010.
 - [18] L. Besnard, Y. B. Shtessel, and B. Landrum, "Quadrotor vehicle control via sliding mode controller driven by sliding mode disturbance observer," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349, no. 2, pp. 658 – 684, 2012.
 - [19] Y. Kali, M. Saad, K. Benjelloun, and M. Benbrahim, "Sliding mode with time delay control for mimo nonlinear systems with unknown dynamics," in *2015 International Workshop on Recent Advances in Sliding Modes (RASIM)*, April 2015, pp. 1–6.
 - [20] A. Levant, "Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control," *International Journal of Control*, vol. 76, no. 9-10, pp. 924–941, 2003.
 - [21] Y. Kali, M. Saad, and K. Benjelloun, "Non-singular terminal second order sliding mode with time delay estimation for uncertain robot manipulators," in *ICINCO, International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, 2017, pp. 226–232.
 - [22] Y. Kali, M. Saad, K. Benjelloun, and A. Fatemi, "Discrete-time second order sliding mode with time delay control for uncertain robot manipulators," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 94, pp. 53 – 60, 2017.
 - [23] A. Benallegue, A. Mokhtari, and L. Fridman, "High-order sliding-mode observer for a quadrotor UAV," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 18, no. 45, pp. 427–440, 2008.
 - [24] E.-H. Zheng, J.-J. Xiong, and J.-L. Luo, "Second order sliding mode control for a quadrotor UAV," *ISA Transactions*, vol. 53, no. 4, pp. 1350 – 1356, 2014.
 - [25] J. Davila and S. Salazar, "Robust control of an uncertain UAV via high-order sliding mode compensation," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, no. 1, pp. 11 553 – 11 558, 2017.
 - [26] F. Munoz, M. Bonilla, E. S. Espinoza, I. González, S. Salazar, and R. Lozano, "Robust trajectory tracking for unmanned aircraft systems using high order sliding mode controllers-observers," in *ICUAS, International Conference on Unmanned Aircraft Systems*, June 2017, pp. 346–352.
 - [27] F. Munoz, I. González-Hernández, S. Salazar, E. S. Espinoza, and R. Lozano, "Second order sliding mode controllers for altitude control of a quadrotor uas: Real-time implementation in outdoor environments," *Neurocomputing*, vol. 233, pp. 61 – 71, 2017.
 - [28] I. González-Hernández, S. Salazar, F. Munoz, and R. Lozano, "Super-twisting control scheme for a miniature quadrotor aircraft: Application to trajectory-tracking problem," in *ICUAS, International Conference on Unmanned Aircraft Systems*, June 2017, pp. 1547–1554.
 - [29] I. González-Hernández, F. M. Palacios, S. S. Cruz, E. S. E. Quesada, and R. L. Leal, "Real-time altitude control for a quadrotor helicopter using a super-twisting controller based on high-order sliding mode observer," *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 14, no. 1, pp. 1–15, 2017.
 - [30] E. Ibarra and P. Castillo, "Nonlinear super twisting algorithm for UAV attitude stabilization," in *ICUAS, International Conference on Unmanned Aircraft Systems*, June 2017, pp. 640–645.
 - [31] Y. Kali, J. Rodas, M. Saad, R. Gregor, K. Benjelloun, and J. Doval-Gandoy, "Current control based on super-twisting algorithm with time delay estimation for a five-phase induction motor drive," in *IEMDC, IEEE International Electric Machines and Drives Conference*, May 2017, pp. 1–8.
 - [32] Y. Kali, J. Rodas, M. Saad, R. Gregor, K. Benjelloun, J. Doval-Gandoy, and G. Goodwin, "Speed control of a five-phase induction motor drive using modified super-twisting algorithm," in *SPEEDAM, International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion*, June 2018, pp. 938–943.
 - [33] Y. Kali, J. Rodas, R. Gregor, M. Saad, and K. Benjelloun, "Attitude tracking of a tri-rotor UAV based on robust sliding mode with time delay estimation," in *ICUAS, International Conference on Unmanned Aircraft Systems*, June 2018.
 - [34] Y. Kali, M. Saad, K. Benjelloun, and C. Khairallah, "Super-twisting algorithm with time delay estimation for uncertain robot manipulators," *Nonlinear Dynamics*, vol. 93, no. 2, pp. 557–569, Jul 2018.
 - [35] J. A. Moreno, "On strict Lyapunov functions for some non-homogeneous super-twisting algorithms," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 351, no. 4, pp. 1902 – 1919, 2014.
 - [36] Y. Yang and S. Qin, "A new modified super-twisting algorithm with double closed-loop feedback regulation," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 39, no. 11, pp. 1603–1612, 2017. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1177/0142331216644043>
 - [37] Y. Kali, J. Rodas, M. Saad, K. Benjelloun, and R. Gregor, "Finite-time altitude and attitude tracking of a tri-rotor uav using modified super-twisting second order sliding mode," in *Proceedings of the 15th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics - Volume 1: ICINCO, INSTICC*. SciTePress, 2018, pp. 435–442.
 - [38] L. Derafa, A. Benallegue, and L. Fridman, "Super twisting control algorithm for the attitude tracking of a four rotors UAV," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349, no. 2, pp. 685 – 699, 2012.

A.2 Artículo 2

Cascade First and Second Order Sliding Mode Controller of a QuadRotor UAV based on Exponential Reaching Law and Modified Super-Twisting Algorithm

E. Paiva¹, M. Gomez-Redondo¹, J. Rodas¹, Y. Kali², M. Saad², R. Gregor¹, H. Fretes¹

Abstract—Unmanned aerial vehicles have become a disruptive technology, which has experienced exponential growth in several applications. The control of these vehicles is a fairly wide area and the cascade PID controller is the most used in practice. However, this latter structure doesn't ensure high performances in the presence of unmodelled dynamics, uncertainties and external abrupt disturbances. To that end, this work proposes a new method that consists of a non-linear cascade configuration of the variable structure control between first order sliding mode based on exponential reaching law and modified super-twisting second order sliding mode algorithm. The developed method is tested on simulation on a quadrotor system, the results obtained demonstrate good performance for trajectory tracking and as well as other non-linear controller options, it is robust against unmodeled dynamics and disturbances.

I. INTRODUCTION

Unmanned Aerial Vehicles (UAV) are systems present in multiple applications related to agriculture such as control and prevention of plant diseases, weeds identification, insect pests and production estimates [1], photogrammetry since UAVs allow fast, accurate and economical scanning of a surface compared to terrestrial, satellite and manned aerial methods [2], inspections of power lines replacing traditional methods such as helicopters or cars, which are often expensive, slow and potentially dangerous [3], load transporting system for environments where geographical conditions are unfavourable [4], [5], security such as remote traffic monitoring and frontier patrols [6], and others [7]. These applications are developed in different operating environments, with a variety of disturbances such as wind and uncertainties that can cause instability.

Currently, there are multiple control algorithms that allow the tracking and stabilization of UAVs, linear controllers such as PID, pole placement or LQR [8] are powerful methods to control systems, but if operating conditions modify the dynamics of the system, the gains of each controller must be changed for stabilization. non-linear control systems are controllers that use the mathematical model of the

system studied, within the classification of the controllers are feedback linearization, backstepping, fuzzy logic controllers and sliding mode.

Sliding Mode (SM) is a famous robust nonlinear techniques and well-known for its effectiveness and powerful properties that attract the community of automation researcher [9]. Indeed, the three good features of SM controller are: robustness against a large class of uncertainties, development's simplicity and finite-time convergence. This method uses discontinuous input signals that switch highly to force the system's states to converge in finite-time to the so-called switching function and then to move throughout this surface towards the equilibrium point. SM controller has been tested in simulation and in real time on different nonlinear systems such as electric drive machines [10], [11], highly coupled robot systems [12], [13] and underactuated nonlinear systems as UAVs [14]. Nevertheless, its real-time application still restricted because of the problem of the chattering phenomenon [15]. This problem is considered as the major disadvantage of SM controller since it can lead to very bad performances and the wear of the system's mechanical parts.

In literature, many researchers tried to solve this problem [16]–[19]. The most attractive proposed solution consists of an augmented SM that is known under the name Second Order Sliding Mode (SOSM) [20]. Unlike the classical SM, the SOSM control signals that fed into the system are continuous [21], [22] since the the switching signals act on the derivative of the control inputs. However, its real-time implementation still limited due to the lack of required informations (measurement of the first time derivative of the selected switching function). This problem has been solved by the proposition of the Super-Twisting Algorithm (STA) [23]–[27].

In this paper, considering a quadrotor UAV that is a non-linear underactuated system because its number of degrees of freedom is greater than the number of independent control inputs. The contribution of this work focuses on the proposed sliding mode controller in cascade [28], with an outer position control loop based on the exponential reaching law (ERL) and an inner Attitude/Altitude control loop based on Modified Super-Twisting Algorithm (Modified STA). This cascade configuration is commonly seen in practice with PIDs for pixhawk-based UAV control. The original contribution is to make the inner control loop faster than the outer control loop while ensuring robustness against

¹Enrique Paiva, Marcos Gomez-Redondo, Jorge Rodas, Raul Gregor and Hector Fretes are with the Laboratory of Power and Control Systems, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Asunción, Luque, Paraguay. (enpaiva93@gmail.com, gomezredondomarcos@gmail.com, jrodas@ing.una.py, rgregor@ing.una.py)

²Yassine Kali and Maarouf Saad are with the Department of Electrical Engineering, École de Technologie Supérieure, Montreal, QC H3C 1K3, Canada. (y.kali88@gmail.com, maarouf.saad@etsmtl.ca)

uncertainties, unmodelled dynamics and perturbations.

The present paper is divided into six sections as follows. In the following section, the full position and attitude mathematical models of the quadrotor UAV system. In Section IV, the simplify position and attitude mathematical models to use in the controller. In Section V the sliding mode controller. In Section VI, numerical simulations of the UAV studied to show the performance of the proposed controller in the presence of perturbation and unknown dynamics. The conclusion is in the last section.

II. MATHEMATICAL MODEL

The system consists of a UAV quadrotor (Fig. 1). The complete mathematical model of the position and attitude is detailed in (1) and (2), respectively [29].

$$\ddot{P} = \left(\frac{R^T}{m} \right) (F - m \dot{R} \dot{P} - m (W \dot{\Theta} \times R \dot{P})) \quad (1)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau_1 \end{bmatrix} + m g R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\Theta} = (JW)^{-1} (\tau - (W \dot{\Theta} \times J W \dot{\Theta}) - J \dot{W} \dot{\Theta}) \quad (2)$$

where $P = [X, Y, Z]^T$ represents the vector inertial position of an UAV (North, East and Down), $\Theta = [\phi, \theta, \psi]^T$ represents the vector of Euler angles, g is the gravity constant, m denotes the mass of the vehicle, $J = \text{diag}(J_x, J_y, J_z)$ represents the inertia matrix, τ_1 is the sum of the vertical forces generated by each propeller, $\tau = [\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi]^T$ denotes the torque vector with its roll, pitch and yaw components.

On the other hand, $W \in \mathcal{R}^{3 \times 3}$ denotes the matrix of Euler defined by:

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\theta \\ 0 & c_\phi & c_\theta s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix}.$$

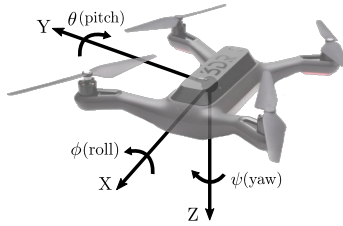


Fig. 1. Quadrotor UAV.

and $R \in \mathcal{R}^{3 \times 3}$ denotes the matrix transformation to the body frame given by:

$$R^T = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix}$$

with $c_x = \cos(x)$ and $s_x = \sin(x)$.

The control torque inputs are:

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ l_2 & -l_2 & -l_2 & l_2 \\ l_1 & l_1 & -l_1 & -l_1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}}_T \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

where f_1, f_2, f_3 and f_4 represent the thrust produced by the four rotors, l_1 and l_2 are the lengths shown in Fig. 2.

In addition, each force is computed using the inverse of the above matrix equality as:

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} = T^{-1} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix}. \quad (4)$$

III. MATHEMATICAL MODEL FOR CONTROLLER

Since (1) and (2) are complex representations and difficult to implement in-flight controllers, a simplified representation of them was obtained as shown below:

$$\ddot{X} = \frac{\tau_1}{m} (\sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi)) \quad (5)$$

$$\ddot{Y} = \frac{\tau_1}{m} (\cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) - \sin(\phi) \cos(\psi)) \quad (6)$$

$$\ddot{Z} = \frac{\tau_1}{m} (\cos(\phi) \cos(\theta)) + g \quad (7)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{\tau_\phi}{J_x} + \frac{\tau_\theta}{J_y} \sin(\phi) \tan(\theta) + \frac{\tau_\psi}{J_z} \cos(\phi) \tan(\theta) \quad (8)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\tau_\theta}{J_y} \cos(\phi) - \frac{\tau_\psi}{J_z} \sin(\phi) \quad (9)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{\tau_\psi}{J_y} \sin(\phi) \sec(\theta) + \frac{\tau_\psi}{J_z} \cos(\phi) \sec(\theta). \quad (10)$$

This set of equations are regrouped as follows:

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_1 &= \chi_2, \\ \dot{\chi}_2 &= F(\chi) + G(\chi) u + h. \end{aligned} \quad (11)$$

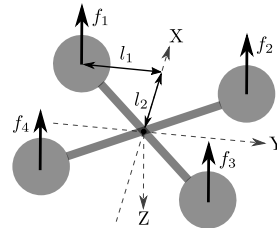


Fig. 2. Force diagram of the Quadrotor UAV.

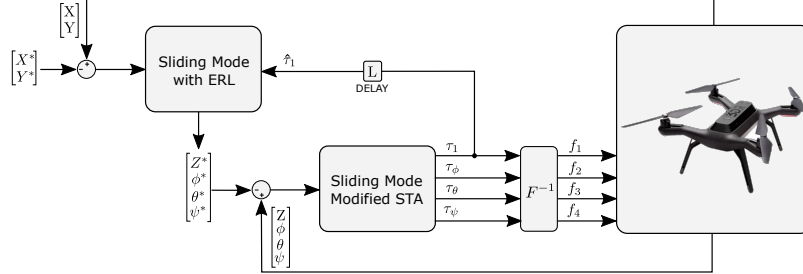


Fig. 3. Block diagram of the closed-loop quadrotor UAV.

where $\chi_1 = [X, Y, Z, \phi, \theta, \psi]^T$ is the state variables vector with and $h \in \mathcal{R}^6$ represents the uncertain vector with unmodeled dynamics and/or perturbations. Based on (5)-(10), the following equivalences are given:

$$F(\chi) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & g & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$G(\chi) = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{21} & g_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_{44} & g_{45} & g_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_{55} & g_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_{65} & g_{66} \end{bmatrix}$$

$$g_{11} = \frac{\hat{\tau}_1 \cos(\psi)}{m} \quad g_{12} = \frac{\hat{\tau}_1 \sin(\psi)}{m}$$

$$g_{21} = \frac{\hat{\tau}_1 \sin(\psi)}{m} \quad g_{22} = -\frac{\hat{\tau}_1 \cos(\psi)}{m}$$

$$g_{33} = \frac{\cos(\phi) \cos(\theta)}{m} \quad g_{44} = \frac{1}{J_x}$$

$$g_{45} = \frac{\sin(\phi) \tan(\theta)}{J_y} \quad g_{46} = \frac{\cos(\phi) \tan(\theta)}{J_z}$$

$$g_{55} = \frac{\cos(\phi)}{J_y} \quad g_{56} = -\frac{\sin(\phi)}{J_z}$$

$$g_{65} = \frac{\sin(\phi) \sec(\theta)}{J_y} \quad g_{66} = \frac{\cos(\phi) \sec(\theta)}{J_z}$$

$$u = [u_1, u_2]^T$$

$$u_1 = [\cos(\phi) \sin(\theta), \sin(\phi)]$$

$$u_2 = [\tau_1, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi]$$

In the control matrix $G_1(\chi)$, $\hat{\tau}_1$ represents the following delayed vertical force:

$$\hat{\tau}_1(t) = \tau_1(t - L),$$

where L is the time delay which is often selected to be the sampling time.

IV. SLIDING MODE CONTROLLER

The proposed method consists of a cascade sliding mode based on a Proportional-Derivative sliding surface. The inner control loop uses Modified STA to control of attitude and altitude of UAV, whereas the outer control loop uses SM

controller with ERL in the UAV position controller and generates the reference signals for the inner control loop Fig. 3. The developed controller will ensure the convergence of the system's state χ_1 to the desired trajectory vector $\chi_1^* = [X^*, Y^*, Z^*, \phi^*, \theta^*, \psi^*]^T$ with ϕ^* and θ^* are computed as:

$$\begin{bmatrix} \phi^* \\ \theta^* \end{bmatrix} = \sin^{-1} \left(\begin{bmatrix} u_2 \\ u_1 / \cos(\sin^{-1}(u_2)) \end{bmatrix} \right).$$

The trajectory tracking error is represented by $e = \chi_1 - \chi_1^*$ and the sliding surface selected in this paper is:

$$S = \dot{e} + K_p e \quad (12)$$

where $K_p = \text{diag}(K_{p1}, K_{p2}, \dots, K_{p6})$ is a diagonal positive definite matrix. Now, let us use (11) to compute the time derivative of the selected linear switching function S as follows:

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \dot{e} + K_p \dot{e} \\ &= \dot{\chi}_2 - \dot{\chi}_1^* + K_p \dot{e} \\ &= F(\chi) + G(\chi) u - \dot{\chi}_1^* + K_p \dot{e}. \end{aligned} \quad (13)$$

The vector of cascade sliding mode controller, combined sliding mode with ERL [30] and Modified STA [28] is:

$$\dot{S} = \begin{bmatrix} -\frac{K_{11}}{N(S_1)} \text{sign}(S_1) - K_{12} S_1 + \dot{\varpi}_1 \\ -\frac{K_{21}}{N(S_2)} \text{sign}(S_2) - K_{22} S_2 + \dot{\varpi}_2 \\ -K_{31} |S_3|^{0.5} \text{sign}(S_3) - K_{32} S_3 + \dot{\varpi}_3 \\ -K_{41} |S_4|^{0.5} \text{sign}(S_4) - K_{42} S_4 + \dot{\varpi}_4 \\ -K_{51} |S_5|^{0.5} \text{sign}(S_5) - K_{52} S_5 + \dot{\varpi}_5 \\ -K_{61} |S_6|^{0.5} \text{sign}(S_6) - K_{62} S_6 + \dot{\varpi}_6 \end{bmatrix} \quad (14)$$

where $N(S_i) = \delta_0 + (1 - \delta_0) e^{-a|S_i|^p}$ for $i = 1, 2$ with $0 < \delta_0 < 1$ and $a, p > 0$ [31].

$$\dot{\varpi} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -K_{33} \text{sign}(S_3) - K_{34} \varpi_3 \\ -K_{43} \text{sign}(S_4) - K_{44} \varpi_4 \\ -K_{53} \text{sign}(S_5) - K_{54} \varpi_5 \\ -K_{63} \text{sign}(S_6) - K_{64} \varpi_6 \end{bmatrix} \quad (15)$$

with the sign function:

$$\text{sign}(S_i) = \begin{cases} 1, & \text{if } S_i > 0, \\ 0, & \text{if } S_i = 0, \\ -1, & \text{if } S_i < 0. \end{cases} \quad (16)$$

Hence, combining (13) and (14) gives the following control law expression:

$$u = G^{-1}(\chi) (\ddot{\chi}_1^* - K_p \dot{e} - F(\chi)) + G^{-1}(\chi) \begin{bmatrix} -\frac{K_{11}}{N(S_1)} \text{sign}(S_1) - K_{12} S_1 + \dot{\omega}_1 \\ -\frac{K_{21}}{N(S_2)} \text{sign}(S_2) - K_{22} S_2 + \dot{\omega}_2 \\ -K_{31} |S_3|^{0.5} \text{sign}(S_3) - K_{32} S_3 + \dot{\omega}_3 \\ -K_{41} |S_4|^{0.5} \text{sign}(S_4) - K_{42} S_4 + \dot{\omega}_4 \\ -K_{51} |S_5|^{0.5} \text{sign}(S_5) - K_{52} S_5 + \dot{\omega}_5 \\ -K_{61} |S_6|^{0.5} \text{sign}(S_6) - K_{62} S_6 + \dot{\omega}_6 \end{bmatrix} \quad (17)$$

The detailed stability analysis can be found in [28], [32].

V. SIMULATION RESULTS

In this section, Matlab/Simulink is the software used to simulate the performance of the cascade sliding mode controller. The simplified mathematical model allows simulating conditions of unmodeled dynamics and we added Gaussian noise on each state variable (Fig. 4).

The physical parameters are shown in the Table I.

TABLE I
QUADROTOR UAV'S PARAMETERS.

Parameters	Value
Mass, m	4 Kg
Moment of inertia, J_x	0.111132 Kg.m ²
Moment of inertia, J_y	0.13282 Kg.m ²
Moment of inertia, J_z	0.249039 Kg.m ²
Length, l_1	0.2 m
Length, l_2	0.2 m
Gravity, g	9.81 m.s ⁻²

The gains for sliding surface are $K_p = \text{diag}(1, 1, 1, 5, 5, 5)$ and for cascade sliding mode controller are in Table II. All these gains were found heuristically.

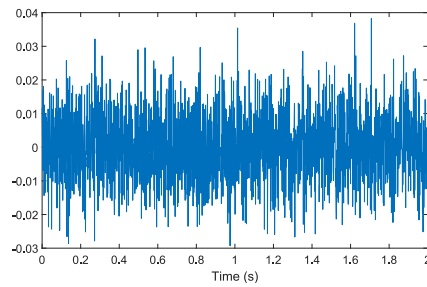


Fig. 4. Disturbances on each position and each Euler Angle of UAV.

The time delay between outer/inner controls loop is $L = 0.006$ s, while the sampling time for outer loop control is 10^{-2} s and for the inner control loop is 0.004 s.

TABLE II
SLIDING MODE CONTROLLER GAINS.

Gains	Values	Gains	Values	Gains	Values
K_{11}	0.1	K_{41}	1.5	K_{61}	1
K_{12}	0.5	K_{42}	7.5	K_{62}	5
K_{21}	0.1	K_{43}	7.5	K_{63}	5
K_{22}	0.5	K_{44}	7.5	K_{64}	5
K_{31}	2	K_{51}	0.1	δ_0	0.1
K_{32}	2	K_{52}	1	p	3
K_{33}	2	K_{53}	1	a	2
K_{34}	2	K_{54}	1		

The simulation consists of tracking a square path with different values of orientation angles (ψ). The tracking results are in Fig. 5 and Fig. 6, along with the desired paths. The Fig. 7 corresponds to the thrusts for the UAV generated by the controller and the three-dimensional path is shown in Fig. 8.

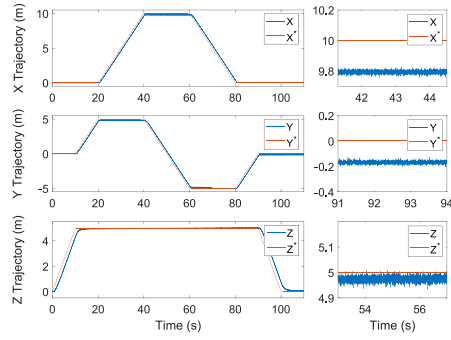


Fig. 5. Simulation results of position tracking.

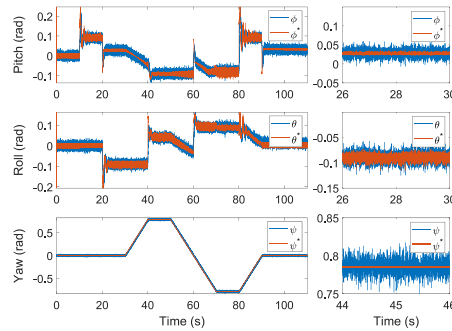


Fig. 6. Simulation results of attitude tracking.

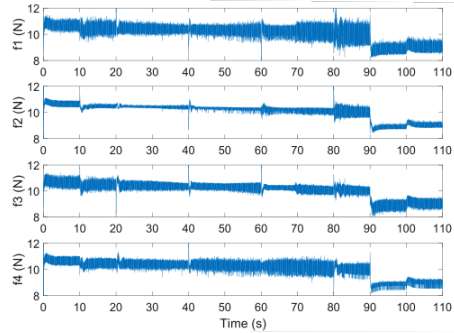


Fig. 7. Simulation results of control inputs.

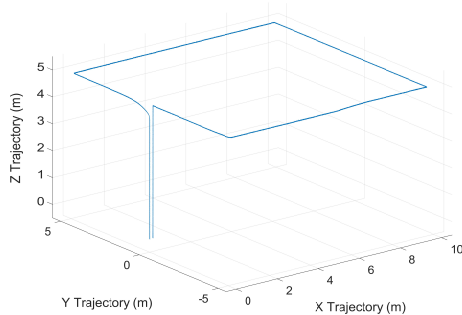


Fig. 8. 3D position tracking.

In summary, it is observed that there are errors in an average of 0.20 m for the transient and steady-state conditions as depicted in Fig. 5. The reasons can be, on one hand, due to the sub-optimal gains obtained heuristically, and, on the other hand, due to the choice of the sliding surface. Also, in Fig. 7, we can see that the chattering effect is in a range of 2 N and its high switching frequency is a known characteristic of the continuous sliding mode controller. Note that the obtained results can be improved by (i) adding an integral part in the sliding surface which also will increase the complexity for the determination of the gains, (ii) with better gain values using optimization algorithms. Nevertheless, by analyzing the tracking trajectory, the obtained results are satisfactory, taking into account the curve of the desired trajectory (Fig. 5 and Fig. 6) and the uncertainties.

VI. CONCLUSIONS

In this work, a cascade sliding mode controller was simulated with exponential reaching law in the outer control loop and Modified STA in the inner control loop, under

noise conditions and unmodelled dynamics the controller performs well and can be improved by optimizing the controller's gains. This choice belongs to the fact that the inner control loop must be faster than the outer control loop. This condition is satisfied since the modified STA allows faster convergence and higher precision. The proposed combination has been tested on simulations where the results obtained showed good tracking performance even if the used model was highly uncertain.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to thank to the Paraguayan Government for the financial support through CONACYT research project (PINV15-0136).

REFERENCES

- [1] Z. Yingkun, "Flight path planning of agriculture uav based on improved artificial potential field method," in *2018 Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*, June 2018, pp. 1526–1530.
- [2] M. Gomez-Redondo, H. Fretes, J. Rodríguez-Piñero, J. Rodas, and R. Gregor, "Automatic scene reconstruction algorithm for planaltimetric applications," in *2018 IEEE International Conference on Automation/XIII Congress of the Chilean Association of Automatic Control (ICA-ACCA)*, Oct 2018, pp. 1–6.
- [3] V. N. Nguyen, R. Jenssen, and D. Roverso, "Intelligent monitoring and inspection of power line components powered by uavs and deep learning," *IEEE Power and Energy Technology Systems Journal*, vol. 6, no. 1, pp. 11–21, March 2019.
- [4] A. Altan, O. Aslan, and R. Hacıoğlu, "Real-time control based on narx neural network of hexarotor uav with load transporting system for path tracking," in *2018 6th International Conference on Control Engineering Information Technology (CEIT)*, Oct 2018, pp. 1–6.
- [5] Z. Liu, X. Liu, J. Chen, and C. Fang, "Altitude control for variable load quadrotor via learning rate based robust sliding mode controller," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 9736–9744, 2019.
- [6] Z. Xu, H. Shi, N. Li, C. Xiang, and H. Zhou, "Vehicle detection under uav based on optimal dense yolo method," in *2018 5th International Conference on Systems and Informatics (ICSAI)*, Nov 2018, pp. 407–411.
- [7] H. Shakhathreh, A. H. Sawalmeh, A. Al-Fuqaha, Z. Dou, E. Almaita, I. Khalil, N. S. Othman, A. Khreishah, and M. Guizani, "Unmanned aerial vehicles (uavs): A survey on civil applications and key research challenges," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 48 572–48 634, 2019.
- [8] C. Liu, J. Pan, and Y. Chang, "Pid and lqr trajectory tracking control for an unmanned quadrotor helicopter: Experimental studies," in *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*, July 2016, pp. 10 845–10 850.
- [9] V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi, *Sliding mode control in electromechanical systems*. Taylor-Francis, 1999.
- [10] Y. Kali, J. Rodas, M. Ayala, M. Saad, R. Gregor, K. Benjelloun, J. Doval-Gandoy, and G. Goodwin, "Discrete-time sliding mode with time delay estimation of a six-phase induction motor drive," in *IECON 2018 - 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Oct 2018, pp. 5807–5812.
- [11] Y. Kali, M. Ayala, J. Rodas, M. Saad, J. Doval-Gandoy, R. Gregor, and K. Benjelloun, "Current control of a six-phase induction machine drive based on discrete-time sliding mode with time delay estimation," *Energies*, vol. 12, no. 1, 2019.
- [12] Y. Feng, X. Yu, and Z. Man, "Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators," *Automatica*, vol. 38, no. 12, pp. 2159 – 2167, 2002.
- [13] Y. Kali, M. Saad, K. Benjelloun, and M. Benbrahim, "Sliding mode with time delay control for mimo nonlinear systems with unknown dynamics," in *2015 International Workshop on Recent Advances in Sliding Modes (RASMS)*, April 2015, pp. 1–6.
- [14] K. Runcharoon and V. Srichatrapimuk, "Sliding mode control of quadrotor," in *TAECECE, International Conference on Technological Advances in Electrical, Electronics and Computer Engineering*, May 2013, pp. 552–557.

- [15] I. Boiko and L. Fridman, "Analysis of chattering in continuous sliding-mode controllers," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, no. 9, pp. 1442–1446, Sept 2005.
- [16] M. Tseng and M. Chen, "Chattering reduction of sliding mode control by low-pass filtering the control signal," *Asian Journal of Control*, vol. 12, no. 3, pp. 392–398, 2010.
- [17] D. Lee, H. Jin Kim, and S. Sastry, "Feedback linearization vs. adaptive sliding mode control for a quadrotor helicopter," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 7, no. 3, pp. 419–428, Jun 2009.
- [18] Y. Kali, J. Rodas, R. Gregor, M. Saad, and K. Benjelloun, "Attitude tracking of a tri-rotor uav based on robust sliding mode with time delay estimation," in *2018 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, June 2018, pp. 346–351.
- [19] L. Besnard, Y. B. Shitessel, and B. Landrum, "Quadrotor vehicle control via sliding mode controller driven by sliding mode disturbance observer," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349, no. 2, pp. 658 – 684, 2012.
- [20] A. Levant, "Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control," *International Journal of Control*, vol. 76, no. 9–10, pp. 924–941, 2003.
- [21] Y. Kali, M. Saad, and K. Benjelloun, "Non-singular terminal second order sliding mode with time delay estimation for uncertain robot manipulators," in *ICINCO, International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, 2017, pp. 226–232.
- [22] Y. Kali, M. Saad, K. Benjelloun, and A. Fatemi, "Discrete-time second order sliding mode with time delay control for uncertain robot manipulators," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 94, pp. 53 – 60, 2017.
- [23] A. Benallegue, A. Mokhtari, and L. Fridman, "High-order sliding-mode observer for a quadrotor UAV," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 18, no. 4–5, pp. 427–440, 2008.
- [24] I. González-Hernández, S. Salazar, F. Munoz, and R. Lozano, "Super-twisting control scheme for a miniature quadrotor aircraft: Application to trajectory-tracking problem," in *ICUAS, International Conference on Unmanned Aircraft Systems*, June 2017, pp. 1547–1554.
- [25] I. González-Hernández, F. M. Palacios, S. S. Cruz, E. S. E. Quesada, and R. L. Leal, "Real-time altitude control for a quadrotor helicopter using a super-twisting controller based on high-order sliding mode observer," *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 14, no. 1, pp. 1–15, 2017.
- [26] E. Ibarra and P. Castillo, "Nonlinear super twisting algorithm for UAV attitude stabilization," in *ICUAS, International Conference on Unmanned Aircraft Systems*, June 2017, pp. 640–645.
- [27] Y. Kali, M. Saad, K. Benjelloun, and C. Khairallah, "Super-twisting algorithm with time delay estimation for uncertain robot manipulators," *Nonlinear Dynamics*, vol. 93, no. 2, pp. 557–569, Jul 2018.
- [28] E. Paiva, J. Rodas, Y. Kali, R. Gregor, and M. Saad, "Robust flight control of a tri-rotor uav based on modified super-twisting algorithm," in *2019 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, June 2019, pp. 551–556.
- [29] R. W. Beard and T. W. McLain, *Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice*. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, 2012.
- [30] C. J. Fallaha, M. Saad, H. Y. Kanaan, and K. Al-Haddad, "Sliding-mode robot control with exponential reaching law," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 2, pp. 600–610, Feb 2011.
- [31] Y. Kali, M. Saad, and K. Benjelloun, *Control of Robot Manipulators Using Modified Backstepping Sliding Mode*. Singapore: Springer Singapore, 2019, pp. 107–136.
- [32] Y. Kali, K. Benjelloun, M. Saad, and M. Benbrahim, "Non-singular terminal sliding mode with time delay control for uncertain 2nd order nonlinear systems," in *2017 14th International Multi-Conference on Systems, Signals Devices (SSD)*, March 2017, pp. 625–630.

A.3 Artículo 3

Sliding Mode Current Control with Luenberger Observer applied to a Three Phase Induction Motor

1 st Enrique Paiva <i>Universidad del Cono Sur de las Américas (UCSA)</i> Asunción, Paraguay enpaiva93@gmail.com	2 nd Larizza Delorme <i>Universidad del Cono Sur de las Américas (UCSA)</i> Asunción, Paraguay laridelorme@gmail.com	3 rd Marcos Gomez-Redondo <i>Universidad del Cono Sur de las Américas (UCSA)</i> Asunción, Paraguay gomezredondomarcos@gmail.com	4 th Esteban Cristaldo <i>Universidad del Cono Sur de las Américas (UCSA)</i> Asunción, Paraguay e.cristaldo27@gmail.com
5 th Jorge Rodas <i>Universidad Nacional de Asunción</i> Luque, Paraguay jrodas@ing.una.py	6 th Yassine Kali <i>École de Technologie Supérieure</i> Montreal, Canada y.kali88@gmail.com	7 th Raul Gregor <i>Universidad Nacional de Asunción</i> Luque, Paraguay rgregor@ing.una.py	

Abstract—In this paper, the problem of controlling three-phase induction motors with unmeasurable states is tackled. To that end, a finite-time robust nonlinear current control is applied. The controller employed is the first order sliding mode with exponential reaching law variant. Moreover, in order to estimate some variables that are not measurable, such as the rotor current, a state observer based on Luenberger observer is implemented. Simulation results show a good tracking of the desired reference, given that there exist some dynamics which were not modeled and there are fast changes in the reference.

Index Terms—Current control, induction motor drives, sliding mode control.

NOMENCLATURE

ERL	Exponential reaching law.
IM	Induction motor.
PI	Proportional-integral.
SMC	Sliding mode control.
VSI	Voltage source inverter.

I. INTRODUCTION

Induction Motors (IMs) have been widely applied in industrial applications due to its merits of low cost, simple and robust construction and ease of maintenance [1]. Currently, the focus of the study of new control techniques is oriented towards multi-phase IMs with more than three phases, which are gaining terrain in high power applications [2]–[6]. However, in low to medium power requirement applications, three-phase IMs keep its validity, being the preferred choice of the industrial complex for the mechanical propulsion of the machinery of the various processes. Although there is over a century of experience with three-phase IMs, developing precise control systems is still a challenge, considering that these machines are modeled as multi-variable systems and not all variables are available for measurement, in addition of having the aggravating factor of being related non-linearly to each other which leads to inaccuracies in the estimations and control of variables when classic control methods are applied to simplified and linear models of IMs [7]–[9].

The traditional method for controlling a three-phase machine is the field-oriented control with Proportional-Integral (PI) controller [10]. For the mitigation of harmonic currents, one PI and multiple resonant controllers can be implemented in just one rotating frame at the fundamental frequency, so as to reduce the computation required when using multiple synchronous frames [11]. Other popular techniques are the direct torque control and the current control using the model predictive control, in which the main advantage is that no modulator is needed [12], [13]. Among various control methods of IMs, sliding mode control (SMC) is gaining more and more attention in both academic and industrial communities [14], [15]. Compared to the conventional vector control using linear controller plus modulation, SMC is a fast and robust alternative for nonlinear systems, when the response with the traditional PI has not enough quality [16].

Within the range of control algorithms related to the sliding mode, the Exponential Reaching Law (ERL) [17], [18] provides an adaptation of the gains depending on the sliding surface, this allows to reduce the chattering phenomenon during the sliding phase and with the appropriate parameters the convergence can be increased during the reach phase. These characteristics are suitable to implement in three-phase induction motors. Therefore, it is proposed to simulate this algorithm for the current control of these motors. In general, the speed or the torque is controlled in an outer loop and the current controller in the inner loop can be replaced in order to get a better response [19]. This work aims to improve the current control of the inner loop, so only the current control is considered.

The present paper is divided into five sections as follows. In the following section, the full mathematical models of the three-phase induction motor and the rearranging of these equations for the sliding mode controller mathematical structure are presented. In Section III, the sliding mode controller with ERL is developed. In Section IV, numerical simulations of IM studied to show the performance of the

proposed controller. The conclusion is in the last section.

II. MATHEMATICAL MODEL

The dynamical model of the IM depicted in Fig. 1 is modeled as an electromechanical system that transforms electrical energy into mechanical defined by a set of differential equations. In order to reduce the complexity and apply control techniques over the machine, the equations are presented in stationary reference frame.

A. IM model in stationary reference frame ($\alpha - \beta$)

The IM model considering a stationary reference frame $\alpha - \beta$ for describe the dynamic of the machine, is given by:

$$\begin{aligned} v_{\alpha s} &= R_s i_{\alpha s} + \dot{\lambda}_{\alpha s} \\ v_{\beta s} &= R_s i_{\beta s} + \dot{\lambda}_{\beta s} \\ \lambda_{\alpha s} &= L_s i_{\alpha s} + L_m i_{\alpha r} \\ \lambda_{\beta s} &= L_s i_{\beta s} + L_m i_{\beta r} \\ v_{\alpha r} &= 0 = R_r i_{\alpha r} + \dot{\lambda}_{\alpha r} + w_r \lambda_{\beta r} \\ v_{\beta r} &= 0 = R_r i_{\beta r} + \dot{\lambda}_{\beta r} - w_r \lambda_{\alpha r} \\ \lambda_{\alpha r} &= L_r i_{\alpha r} + L_m i_{\alpha s} \\ \lambda_{\beta r} &= L_r i_{\beta r} + L_m i_{\beta s} \end{aligned} \quad (1)$$

where L_s , L_r , L_{ls} , L_{lr} and L_m are the stator and rotor inductance, estator and rotor leakage inductance and the magnetization inductance respectively. The resistances for estator and rotor are R_s and R_r . Voltages, currents and flux in $\alpha - \beta$ plane are represented by v , i and λ respectively. The electromagnetic torque T_e is given in terms of the rotor and stator current as:

$$T_e = \frac{3}{2} P L_m (i_{\beta s} i_{\alpha r} - i_{\alpha s} i_{\beta r}), \quad (2)$$

being P the pole pairs of the IM. The relationship between the electrical variables of the machine and the load T_L in terms of the rotor speed, is given by:

$$J \dot{w}_r = -B w_r + P (T_e - T_L), \quad (3)$$

where J represents the moment of inertia while B is the friction coefficient. The rotor speed w_r which is related to the mechanical speed by the number of pole pairs by:

$$w_r = w_m P. \quad (4)$$

B. IM model in state variables

The model of the IM in state variables is obtained from (1)-(3), and is represented by:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{g} \mathbf{u}(t) \quad (5)$$

where $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^5$ is a five-dimensional vector of state variables and $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^2$ is a two-dimensional vector of inputs.

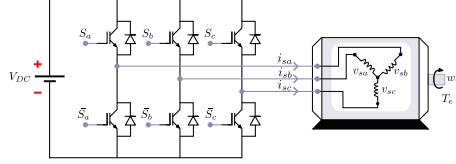


Fig. 1. 3-phase 2-level VSI scheme connected to a IM.

By considering flux equations, their derivatives are represented by:

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{\alpha s} \\ \dot{\lambda}_{\beta s} \\ \dot{\lambda}_{\alpha r} \\ \dot{\lambda}_{\beta r} \\ \dot{w}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m & 0 \\ L_m & 0 & L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \\ w_r \end{bmatrix} \quad (6)$$

with:

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_{\alpha s} &= -R_s i_{\alpha s} + v_{\alpha s} \\ \dot{\lambda}_{\beta s} &= -R_s i_{\beta s} + v_{\beta s} \\ \dot{\lambda}_{\alpha r} &= -R_r i_{\alpha r} - w_r (L_m i_{\beta s} + L_r i_{\beta r}) \\ \dot{\lambda}_{\beta r} &= -R_r i_{\beta r} - w_r (L_m i_{\alpha s} + L_r i_{\alpha r}) \\ \dot{w}_r &= -\frac{B}{J} w_r + \frac{3}{2} P^2 \frac{L_m}{J} (i_{\beta s} i_{\alpha r} - i_{\alpha s} i_{\beta r}) - \frac{P}{J} T_L \end{aligned} \quad (7)$$

Then, by rearranging (6) and (7) the following equivalences are given:

$$\mathbf{x}(t) = [i_{\alpha s} \ i_{\beta s} \ i_{\alpha r} \ i_{\beta r} \ w_r]^T$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m & 0 \\ L_m & 0 & L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{L}^{-1} \begin{bmatrix} -R_s i_{\alpha s} \\ -R_s i_{\beta s} \\ -R_r i_{\alpha r} - w_r (L_m i_{\beta s} + L_r i_{\beta r}) \\ -R_r i_{\beta r} + w_r (L_m i_{\alpha s} + L_r i_{\alpha r}) \\ \frac{3}{2} P^2 \frac{L_m}{J} (i_{\beta s} i_{\alpha r} - i_{\alpha s} i_{\beta r}) \\ \dots - \frac{B}{J} w_r - \frac{P}{J} T_L \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{g} = \mathbf{L}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{u}(t) = [v_{\alpha s} \ v_{\beta s}]^T$$

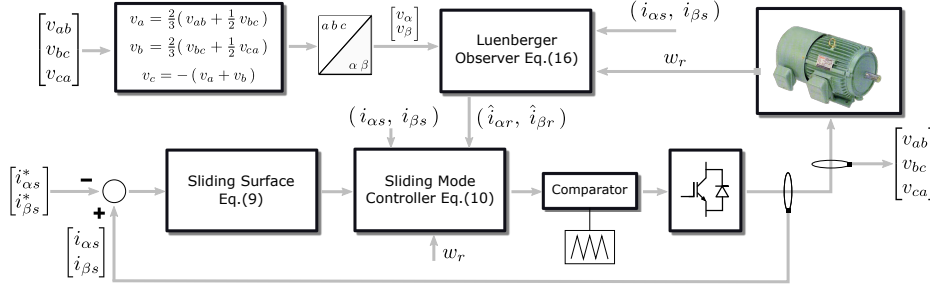


Fig. 2. Block diagram of the closed-loop IM.

III. PROPOSED SMC-BASED CURRENT REGULATOR

The proposed controller (Fig. 2) consists of a first-order SMC with ERL that will force the output vector $\chi = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) = [i_{\alpha s}, i_{\beta s}]^T$ to converge to the desired reference currents $\chi^* = [i_{\alpha s}^*, i_{\beta s}^*]^T$. For this purpose, the matrix $\mathbf{C}$ is:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Hence, the sliding surface selected here is a PI surface that has the following expression:

$$S = (\chi - \chi^*) + K_i \int_0^t (\chi - \chi^*) dt. \quad (9)$$

where K_i is a positive constant. Otherwise, the SMC with ERL is described by the following equation:

$$\dot{S} = -K_2 S - K_2(S) \text{sign}(S) \quad (10)$$

where K_1 is a definite positive diagonal matrix and $K_2(S)$ is defined by:

$$K_2(S) = \begin{bmatrix} \frac{k_{21}}{N(S_1)} & 0 \\ 0 & \frac{k_{22}}{N(S_2)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

where $N(S_i) = \delta_0 + (1 - \delta_0) e^{-a|S_i|^p}$ for $i = 1, 2$ with $0 < \delta_0 < 1$ and $a, p > 0$ [18]. The constants k_{21} and k_{22} are positive constants and $\text{sign}(S) = [\text{sign}(S_1), \text{sign}(S_2)]^T$ is the signum vector with:

$$\text{sign}(S_i) = \begin{cases} 1, & \text{if } S_i > 0, \\ 0, & \text{if } S_i = 0, \\ -1, & \text{if } S_i < 0. \end{cases} \text{ for } i = 1, 2 \quad (12)$$

The law control equation is obtained by applying the first derivative of (9) and adding the equations (5) - (10):

$$\dot{S} = (\dot{\chi} - \dot{\chi}^*) + K_i (\chi - \chi^*) \quad (13)$$

$$-K_1 S - K_2(S) \text{sign}(S) = (\dot{\chi} - \dot{\chi}^*) + K_i (\chi - \chi^*) \quad (14)$$

$$-K_1 S - K_2(S) \text{sign}(S) = \mathbf{C} \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{C} \mathbf{g} \mathbf{u}(t) \dots - \dot{\chi}^* + K_i (\chi - \chi^*) \quad (15)$$

Isolate the variable $\mathbf{u}(t)$ of the expression (15) gives the following control law:

$$\mathbf{u}(t) = (\mathbf{C} \mathbf{g})^{-1} (-K_1 S - K_2(S) \text{sign}(S) - \mathbf{C} \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \dots + \dot{\chi}^* - K_i (\chi - \chi^*)) \quad (16)$$

The stability analysis of the closed-loop system can be found in [20].

A. Luenberger-Based Rotor Current Estimation

Since the rotor currents in the three-phase induction motor cannot be measured in practice, an estimator based on the Luenberger observer is used [21]–[23]. The equations of this observer are shown in the following expression:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\zeta}} &= \mathcal{A}(w_r) \hat{\zeta} + \mathcal{B} U + \mathcal{L} (\chi - \mathcal{C} \hat{\zeta}) \\ \mathcal{Y} &= \mathcal{C} \hat{\zeta} \end{aligned} \quad (17)$$

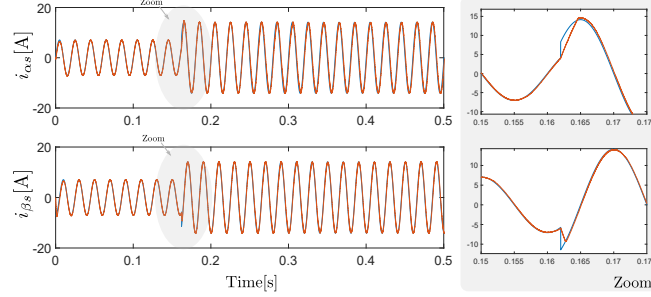
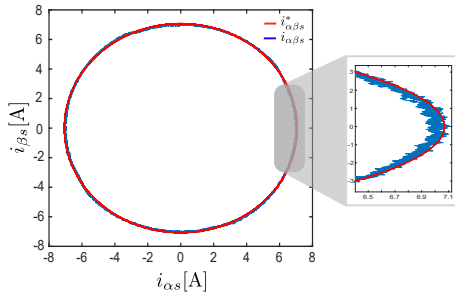
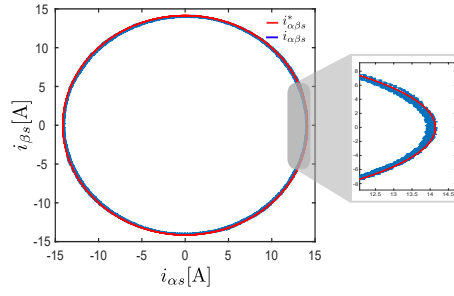
where $\hat{\zeta} = [\hat{i}_{\alpha s}, \hat{i}_{\beta s}, \hat{i}_{\alpha r}, \hat{i}_{\beta r}]^T$ with $\hat{i}_{xx}$ as the estimated stator and rotor currents in α - β , and $U = [v_{\alpha}, v_{\beta}]^T$ (Fig. 2). The matrices associated with Luenberger observer are:

$$\mathcal{A}_A = \begin{bmatrix} R_s L_r & -L_m^2 w_r & -R_r L_m & -L_r L_m w_r \\ L_m^2 w_r & R_s L_r & L_r L_m w_r & -R_r L_m \\ -R_s L_m & L_s L_m w_r & R_r L_s & L_r L_s w_r \\ -L_s L_m w_r & -R_s L_m & -L_r L_s w_r & R_r L_s \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{A}(w_r) = \frac{1}{D1} \mathcal{A}_A$$

$$\mathcal{B} = \frac{1}{D1} \begin{bmatrix} -L_r & 0 \\ 0 & -L_r \\ L_m & 0 \\ 0 & L_m \end{bmatrix} \quad \mathcal{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

where $D1 = L_m^2 - L_s L_r$.

Fig. 3. Stator currents in $\alpha - \beta$ sub-space for transient and steady-state.Fig. 4. Stator currents in the $\alpha - \beta$ planes for a desired AC currents ($i_{\alpha s}^*$, $i_{\beta s}^*$) of: 5[A] (RMS).Fig. 5. Stator currents in the $\alpha - \beta$ planes for a desired AC currents ($i_{\alpha s}^*$, $i_{\beta s}^*$) of: 10 A (RMS).

IV. THEORETICAL ANALYSIS BY SIMULATIONS

By applying the equations that define the dynamics of the three-phase IM in simulations through MATLAB/Simulink software, the operation of the designed controller is evaluated. The mechanical and electrical parameters of the IM are shown in Table I.

TABLE I
PARAMETERS OF THREE-PHASE IM

R_s	0.7384 Ω	L_m	124.1 mH
R_r	0.7402 Ω	P	2
L_{ls}	3.045 mH	B	0.000503 kg.m ² /s
L_{lr}	3.045 mH	J	0.0343 kg.m ²
L_s	127.1 mH	Nominal speed	1500 rpm
L_r	127.1 mH	Nominal power	7.5 kW

Three-phase voltage source inverter (VSI) with $V_{DC} = 620[V]$ and Sinusoidal Pulse Width Modulation (SPWM) with 15[kHz] switching frequency are used to power the IM.

The stator currents and mechanical speed of rotor are measured, and rotor currents are estimated using (17).

L matrix coefficients (18) and SMC's gains in Table II were found heuristically.

$$L = \begin{bmatrix} 5726.60 & 0 \\ 0 & 5726.60 \\ -5712.55 & 0 \\ 0 & -5712.55 \end{bmatrix} \quad (18)$$

The simulation consists in the current control of a three-phase induction motor using the $\alpha - \beta$ reference frame (Fig. 3) with a constant load $T_L = 1$ N m, initially the desired AC currents ($i_{\alpha s}^*$, $i_{\beta s}^*$) have a RMS current value of 5 A, then at the instant 0.162 s with a step changes to an RMS current value of 10 A. As an uncertainty parameter, the mutual inductance L_m was varied, increasing its value to $L_m = 170$ mH, for the controller and the observer the L_m value is shown in the Table II and with this the results of Fig. 3, Fig. 4 and Fig. 5 were obtained.

TABLE II
SMC GAINS.

Gains	Values	Gains	Values
k_{11}	1000	K_i	100
k_{12}	1000	p	1
k_{21}	1000	a	20
k_{22}	1000	$\dot{\alpha}_0$	0.01

V. CONCLUSIONS

In this work, a first-order sliding mode controller was simulated with exponential reaching law for three-phase motor induction, under uncertain conditions the controller performs well and can be improved by optimizing the controller's gains. The application of the proposed controller has been tested on simulations where the results obtained showed good reference tracking performance.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to thank to the Paraguayan Government for the financial support through CONACYT by the Master in Electronic Engineering (POSG17-69). Also, we want to thank to Prof. Maarouf Saad for his teaching in nonlinear control in the Master's course in Paraguay.

REFERENCES

- [1] M. Kral and R. Gono, "Dynamic model of asynchronous machine," in *Proc. EPE*, pp. 1–4, May 2017.
- [2] M. Ayala, J. Doval-Gandoy, J. Rodas, O. Gonzalez, and R. Gregor, "Current control designed with model based predictive control for six-phase motor drives," *ISA Transactions*, 2019.
- [3] O. Gonzalez, M. Ayala, J. Rodas, R. Gregor, G. Rivas, and J. Doval-Gandoy, "Variable-speed control of a six-phase induction machine using predictive-fixed switching frequency current control techniques," in *Proc. PEDG*, pp. 1–6, June 2018.
- [4] M. Ayala, J. Rodas, R. Gregor, J. Doval-Gandoy, O. Gonzalez, M. Saad, and M. Rivera, "Comparative study of predictive control strategies at fixed switching frequency for an asymmetrical six-phase induction motor drive," in *Proc. IEMDC*, pp. 1–8, Miami, FL, 2017.
- [5] J. Rodas, C. Martin, M. R. Arahal, F. Barrero, and R. Gregor, "Influence of covariance-based ALS methods in the performance of predictive controllers with rotor current estimation," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 64, no. 4, pp. 2602–2607, 2017.
- [6] J. Rodas, F. Barrero, M. R. Arahal, C. Martin, and R. Gregor, "On-line estimation of rotor variables in predictive current controllers: A case study using five-phase induction machines," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 63, no. 9, pp. 5348–5356, 2016.
- [12] F. Wang, Z. Zhang, X. Mei, J. Rodríguez, and R. Kennel, "Advanced control strategies of induction machine: Field oriented control, direct torque control and model predictive control," *Energies*, vol. 11, no. 1, p. 120, 2018.
- [7] J. Pedra, I. Candela, and L. Sainz, "Modelling of squirrel-cage induction motors for electromagnetic transient programs," *IET Electr. Power App.*, vol. 3, pp. 111–122, March 2009.
- [8] S. D. Sudhoff, D. C. Aliprantis, B. T. Kuhn, and P. L. Chapman, "Experimental characterization procedure for use with an advanced induction machine model," *IEEE Trans. Energy Conv.*, vol. 18, pp. 48–56, March 2003.
- [9] D. G. Taylor, "Nonlinear control of electric machines: an overview," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 14, pp. 41–51, Dec 1994.
- [10] M. Hasoun, M. Khafallah, et al., "Field oriented control of dual three-phase pmsm based vector space decomposition for electric ship propulsion," in *Proc. ICCSRE*, pp. 1–6, IEEE, 2019.
- [11] A. G. Yepes, J. Malvar, A. Vidal, O. López, and J. Doval-Gandoy, "Current harmonics compensation based on multiresonant control in synchronous frames for symmetrical n -phase machines," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 62, no. 5, pp. 2708–2720, 2014.
- [13] X. Wang, Z. Wang, and Z. Xu, "A hybrid direct torque control scheme for dual three-phase pmsm drives with improved operation performance," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 34, pp. 1622–1634, Feb 2019.
- [14] Y. Kali, M. Saad, J. Doval-Gandoy, J. Rodas, and B. Khalid, "Discrete sliding mode control based on exponential reaching law and time delay estimation for an asymmetrical six-phase induction machine drive," *IET Electr. Power App.*, 09 2019.
- [15] Y. Kali, M. Ayala, J. Rodas Bentez, M. Saad, J. Doval-Gandoy, R. Gregor, and K. Benjelloun, "Current control of a six-phase induction machine drive based on discrete-time sliding mode with time delay estimation," *Energies*, vol. 12, 01 2019.
- [16] E. El-Gendy, A. F. Ibrahim, S. F. Saraya, and F. F. Areeed, "A sliding mode controller for a three phase induction motor," *International Journal of Computer Applications*, vol. 64, no. 11, 2013.
- [17] Y. Kali, M. Saad, and K. Benjelloun, *Control of Robot Manipulators Using Modified Backstepping Sliding Mode*, pp. 107–136. Singapore: Springer Singapore, 2019.
- [18] C. Fallaha, M. Saad, and H. Kanaan, "Sliding mode control with exponential reaching law applied on a 3 dof modular robot arm," in *Proc. ECC*, pp. 4925–4931, July 2007.
- [19] Y. Kali, J. Rodas, M. Saad, R. Gregor, K. Benjelloun, J. Doval-Gandoy, and G. Goodwin, "Speed control of a five-phase induction motor drive using modified super-twisting algorithm," in *Proc. SPEEDAM*, pp. 938–943, IEEE, 2018.
- [20] C. J. Fallaha, M. Saad, H. Y. Kanaan, and K. Al-Haddad, "Sliding-mode robot control with exponential reaching law," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 58, pp. 600–610, Feb 2011.
- [21] R. Gregor and J. Rodas, "Speed sensorless control of dual three-phase induction machine based on a Luenberger observer for rotor current estimation," in *Proc. IECON*, pp. 3653–3658, Oct 2012.
- [22] J. Rodas, R. Gregor, M. Rivera, Y. Takase, and M. Arzamendia, "Efficiency analysis of reduced-order observers applied to the predictive current control of asymmetrical dual three-phase induction machines," in *Proc. SLED/PRECEDE*, pp. 1–7, Oct 2013.
- [23] R. Gregor, J. Rodas, D. Gregor, and F. Barrero, "Reduced-order observer analysis in MBPC techniques applied to the six-phase induction motor drives," in *Induction Motors*, ch. 13, Rijeka: IntechOpen, 2015.

Referencias

- [1] Z. Yingkun, “Flight path planning of agriculture uav based on improved artificial potential field method,” in *2018 Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*, June 2018, pp. 1526–1530.
- [2] M. Gomez-Redondo, H. Fretes, J. Rodríguez-Piñeiro, J. Rodas, and R. Gregor, “Automatic scene reconstruction algorithm for planialtimetric applications,” in *2018 IEEE International Conference on Automation/XXIII Congress of the Chilean Association of Automatic Control (ICA-ACCA)*, Oct 2018, pp. 1–6.
- [3] V. N. Nguyen, R. Jenssen, and D. Roverso, “Intelligent monitoring and inspection of power line components powered by uavs and deep learning,” *IEEE Power and Energy Technology Systems Journal*, vol. 6, no. 1, pp. 11–21, March 2019.
- [4] A. Altan, O. Aslan, and R. Hacıoğlu, “Real-time control based on narx neural network of hexarotor uav with load transporting system for path tracking,” in *2018 6th International Conference on Control Engineering Information Technology (CEIT)*, Oct 2018, pp. 1–6.

- [5] Z. Liu, X. Liu, J. Chen, and C. Fang, "Altitude control for variable load quadrotor via learning rate based robust sliding mode controller," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 9736–9744, 2019.
- [6] Z. Xu, H. Shi, N. Li, C. Xiang, and H. Zhou, "Vehicle detection under uav based on optimal dense yolo method," in *2018 5th International Conference on Systems and Informatics (ICSAI)*, Nov 2018, pp. 407–411.
- [7] H. Shakhathreh, A. H. Sawalmeh, A. Al-Fuqaha, Z. Dou, E. Almaita, I. Khalil, N. S. Othman, A. Khreishah, and M. Guizani, "Unmanned aerial vehicles (uavs): A survey on civil applications and key research challenges," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 48 572–48 634, 2019.
- [8] J. M. Pflimlin, P. Soueres, and T. Hamel, "Hovering flight stabilization in wind gusts for ducted fan UAV," in *CDC, IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 4, Dec 2004, pp. 3491–3496.
- [9] S. Yang and B. Xian, "Trajectory tracking control design for the system of a quadrotor UAV with a suspended payload," in *CCC, Chinese Control Conference*, July 2017, pp. 777–782.
- [10] N. Ceccarelli, J. J. Enright, E. Frazzoli, S. J. Rasmussen, and C. J. Schumacher, "Micro UAV path planning for reconnaissance in wind," in *ACC, American Control Conference*, July 2007, pp. 5310–5315.
- [11] C. Liu, J. Pan, and Y. Chang, "Pid and lqr trajectory tracking control for an unmanned quadrotor helicopter: Experimental studies," in *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*, July 2016, pp. 10 845–10 850.
- [12] V. Prisacariu *et al.*, "The history and the evolution of uavs from the beginning till the 70s," *Journal of Defense Resources Management (JoDRM)*, vol. 8, no. 1, pp. 181–189, 2017.
- [13] *Remote Piloted Aerial Vehicles : An Anthology*, 2003. [Online]. Available: http://www.ctie.monash.edu/hargrave/rpav_home.html
- [14] J. Black, *Air Power: A Global History*. Rowman & Littlefield, 2016.
- [15] isabelle.lukes, *Evolution of Drones*, 2018. [Online]. Available: <https://media.timetoast.com/timelines/evolution-of-drones>
- [16] L. R. Newcome, *Unmanned aviation: a brief history of unmanned aerial vehicles*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2004.

- [17] B. Custers, *Future of Drone Use*. Springer, 2016.
- [18] D. M. Marshall, R. K. Barnhart, S. B. Hottman, E. Shappee, and M. T. Most, *Introduction to unmanned aircraft systems*. Crc Press, 2016.
- [19] *Radioplane OQ-2*. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Radioplane_OQ-2
- [20] S. O'Donnell, *A Short History of Unmanned Aerial Vehicles*, 2019. [Online]. Available: <https://consortiq.com/media-centre/blog/short-history-unmanned-aerial-vehicles-uavs>
- [21] *AAI RQ-2 Pioneer*. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/AAI_RQ-2_Pioneer
- [22] R. O. Hundley and E. C. Gritton, "Future technology-driven revolutions in military operations," *RAND Corporation, Document No. DB-110-ARPA*, 1994.
- [23] *General Atomics MQ-1 Predator*. [Online]. Available: https://es.wikipedia.org/wiki/General_Atomics_MQ-1_Predator
- [24] M. Miller, *The internet of things: How smart TVs, smart cars, smart homes, and smart cities are changing the world*. Pearson Education, 2015.
- [25] *Delivery drone*. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Delivery_drone
- [26] *Phantom 4Pro*. [Online]. Available: <https://www.dji.com/phantom-4-pro>
- [27] R. Weibel and R. Hansman, "Safety considerations for operation of unmanned aerial vehicles in the national airspace system," 11 2006.
- [28] K. Munson and M. Streetly, "Jane's unmanned aerial vehicles and targets," 2006.
- [29] J. Rejón, *Multi-rotor o Ala fija*, 2018. [Online]. Available: <https://rentadrone.cl/multi-rotor-o-ala-fija-aprende-a-elegir/>
- [30] *Drone Business Development Guide*, 2016. [Online]. Available: <https://www.droneii.com/drone-business-development-guide>
- [31] E. Paiva and M. Llano, "Diseño e implementación de un sistema de transición en vuelo y elaboración de un modelo matemático no lineal para vehículos aéreos no tripulados híbridos. prototipo versión 2.0," Tesis de grado, Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de ASunción, Mayo 2018.

- [32] A. Kharsansky, "Diseño e implementación de un sistema embebido de control de actitud para aeronaves no tripuladas," Tesis de grado, Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires, Mayo 2013.
- [33] *The Drone Database*, Junio 2017. [Online]. Available: <http://drones.cnas.org/drones/>
- [34] H. Obanawa and H. Shibata, "Applications of uav remote sensing to topographic and vegetation surveys," in *Unmanned Aerial Vehicle: Applications in Agriculture and Environment*. Springer, 2020, pp. 131–142.
- [35] T. Alladi, V. Chamola, N. Sahu, and M. Guizani, "Applications of blockchain in unmanned aerial vehicles: A review," *Vehicular Communications*, p. 100249, 2020.
- [36] D. Giordan, M. S. Adams, I. Aicardi, M. Alicandro, P. Allasia, M. Baldo, P. De Bernardinis, D. Dominici, D. Godone, P. Hobbs *et al.*, "The use of unmanned aerial vehicles (uav) for engineering geology applications," *Bull. Eng. Geol. Environ.*, 2020.
- [37] J. Kim, S. A. Gadsden, and S. A. Wilkerson, "A comprehensive survey of control strategies for autonomous quadrotors," *Canadian Journal of Electrical and Computer Engineering*, vol. 43, no. 1, pp. 3–16, 2019.
- [38] S. Khatoon, M. Shahid, H. Chaudhary *et al.*, "Dynamic modeling and stabilization of quadrotor using pid controller," in *2014 International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics (ICACCI)*. IEEE, 2014, pp. 746–750.
- [39] A. L. Salih, M. Moghavvemi, H. A. Mohamed, and K. S. Gaeid, "Modelling and pid controller design for a quadrotor unmanned air vehicle," in *2010 IEEE International Conference on Automation, Quality and Testing, Robotics (AQTR)*, vol. 1. IEEE, 2010, pp. 1–5.
- [40] K. Masuda and K. Uchiyama, "Robust control design for quad tilt-wing uav," *Aerospace*, vol. 5, no. 1, p. 17, 2018.
- [41] E. Reyes-Valeria, R. Enriquez-Caldera, S. Camacho-Lara, and J. Guichard, "Lqr control for a quadrotor using unit quaternions: Modeling and simulation," in *CONI-ELECOMP 2013, 23rd International Conference on Electronics, Communications and Computing*. IEEE, 2013, pp. 172–178.
- [42] A. Ataka, H. Tnunay, R. Inovan, M. Abdurrohman, H. Preastianto, A. I. Cahyadi, and Y. Yamamoto, "Controllability and observability analysis of the gain scheduling based linearization for uav quadrotor," in *2013 International conference on robotics, biomimetics, intelligent computational systems*. IEEE, 2013, pp. 212–218.

- [43] T. Dierks and S. Jagannathan, "Output feedback control of a quadrotor uav using neural networks," *IEEE transactions on neural networks*, vol. 21, no. 1, pp. 50–66, 2009.
- [44] N. Nafia, A. El Kari, H. Ayad, and M. Mjahed, "Robust full tracking control design of disturbed quadrotor uavs with unknown dynamics," *Aerospace*, vol. 5, no. 4, p. 115, 2018.
- [45] Y. Kang and J. K. Hedrick, "Linear tracking for a fixed-wing uav using nonlinear model predictive control," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 17, no. 5, pp. 1202–1210, 2009.
- [46] Y. Kali, J. Rodas, M. Ayala, M. Saad, R. Gregor, K. Benjelloun, J. Doval-Gandoy, and G. Goodwin, "Discrete-time sliding mode with time delay estimation of a six-phase induction motor drive," in *IECON 2018 - 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Oct 2018, pp. 5807–5812.
- [47] Y. Kali, M. Ayala, J. Rodas, M. Saad, J. Doval-Gandoy, R. Gregor, and K. Benjelloun, "Current control of a six-phase induction machine drive based on discrete-time sliding mode with time delay estimation," *Energies*, vol. 12, no. 1, 2019.
- [48] Y. Feng, X. Yu, and Z. Man, "Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators," *Automatica*, vol. 38, no. 12, pp. 2159 – 2167, 2002.
- [49] Y. Kali, M. Saad, K. Benjelloun, and M. Benbrahim, "Sliding mode with time delay control for mimo nonlinear systems with unknown dynamics," in *2015 International Workshop on Recent Advances in Sliding Modes (RASM)*, April 2015, pp. 1–6.
- [50] K. Runcharoon and V. Srichatrapimuk, "Sliding mode control of quadrotor," in *TAECE, International Conference on Technological Advances in Electrical, Electronics and Computer Engineering*, May 2013, pp. 552–557.
- [51] M. Tseng and M. Chen, "Chattering reduction of sliding mode control by low-pass filtering the control signal," *Asian Journal of Control*, vol. 12, no. 3, pp. 392–398, 2010.
- [52] D. Lee, H. Jin Kim, and S. Sastry, "Feedback linearization vs. adaptive sliding mode control for a quadrotor helicopter," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 7, no. 3, pp. 419–428, Jun 2009.
- [53] Y. Kali, J. Rodas, R. Gregor, M. Saad, and K. Benjelloun, "Attitude tracking of a tri-rotor uav based on robust sliding mode with time delay estimation," in *2018*

- International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, June 2018, pp. 346–351.
- [54] A. Levant, “Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control,” *International Journal of Control*, vol. 76, no. 9-10, pp. 924–941, 2003.
- [55] Y. Kali, M. Saad, and K. Benjelloun, “Non-singular terminal second order sliding mode with time delay estimation for uncertain robot manipulators,” in *ICINCO, International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, 2017, pp. 226–232.
- [56] A. Benallegue, A. Mokhtari, and L. Fridman, “High-order sliding-mode observer for a quadrotor UAV,” *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 18, no. 4-5, pp. 427–440, 2008.
- [57] Y. Kali, M. Saad, K. Benjelloun, and C. Khairallah, “Super-twisting algorithm with time delay estimation for uncertain robot manipulators,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 93, no. 2, pp. 557–569, Jul 2018.
- [58] APC, *APC Propeller Performance Data*, 2020. [Online]. Available: <https://www.apcprop.com/technical-information/performance-data/>
- [59] R. W. Beard and T. W. McLain, *Small unmanned aircraft: Theory and practice*. Princeton university press, 2012.
- [60] Y. Kali, M. Ayala, J. Rodas, M. Saad, J. Doval-Gandoy, R. Gregor, and K. Benjelloun, “Time delay estimation based discrete-time super-twisting current control for a six-phase induction motor,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, pp. 1–1, 2020.
- [61] F. Piltan, N. Sulaiman, A. Zare, S. Allahdadi, and M. Dialame, “Design adaptive fuzzy inference sliding mode algorithm: applied to robot arm,” *International Journal of Robotics and Automation*, vol. 2, no. 5, pp. 283–297, 2011.
- [62] A. Levant, “Chattering analysis,” in *2007 European Control Conference (ECC)*, 2007, pp. 3195–3202.
- [63] J. Jiang, M. Wang, R. Yang, and L. Li, “Sliding mode speed control of pmlsm with load force observer,” in *2018 21st International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, 2018, pp. 2766–2770.
- [64] M. Rahman, M. Saad, K. Jean-Pierre, and P. Archambault, “Control of an exoskeleton robot arm with sliding mode exponential reaching law,” *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 11, 02 2013.

- [65] Y. Zhang, Q. Zhang, J. Zhang, and Y. Wang, "Sliding mode control for fuzzy singular systems with time delay based on vector integral sliding mode surface," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 28, no. 4, pp. 768–782, 2020.
- [66] L. Fridman and A. Levant, *Higher-Order Sliding Modes*, 01 2002, vol. 11, pp. 53–101.
- [67] C. J. Fallaha, M. Saad, H. Y. Kanaan, and K. Al-Haddad, "Sliding-mode robot control with exponential reaching law," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 2, pp. 600–610, Feb 2011.
- [68] E. Paiva, L. Delorme, M. A. Gómez Redondo, E. Cristaldo, J. Rodas Benítez, Y. Kali, and R. Gregor, "Sliding mode current control with luenberger observer applied to a three phase induction motor," 06 2020.
- [69] Y. Kali, J. Rodas, M. Saad, K. Benjelloun, M. Ayala, and R. Gregor, "Finite-time altitude and attitude tracking of a tri-rotor uav using modified super-twisting second order sliding mode." in *ICINCO (1)*, 2018, pp. 445–452.
- [70] E. Guzmán and J. A. Moreno, "Super-twisting observer for second-order systems with time-varying coefficient," *IET Control Theory Appl.*, vol. 9, no. 4, pp. 553–562, 2015.
- [71] V. Gomez, N. Gomez, J. Rodas, E. Paiva, M. Saad, and R. Gregor, "Pareto optimal pid tuning for px4-based unmanned aerial vehicles by using a multi-objective particle swarm optimization algorithm," *Aerospace*, vol. 7, no. 6, p. 71, Apr 2020.